

الاسم :

الرقم :

ميكانيك - قلاوي
جامعة الرياض - ميكانيك
شعبة ()

جامعة الرياض
مبنى العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضائين متجهيين، يملكان القاعدتين $f = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ و $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4)$ ، ولتكن أيضاً $\psi = (\vec{f}_1^*, \vec{f}_2^*, \vec{f}_3^*)$ و $e^* = (\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*, \vec{e}_4^*)$ القاعدتين الثابنتين، في الفضاءين E^*, F^* .

لنضع : $\alpha = \vec{f}_1 + 2\vec{f}_2 + 3\vec{f}_3$ ، $\beta = \vec{f}_1^* - \vec{f}_2^*$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للفضاء $F \cup F$ ،
2. اعط قاعدة للفضاء $E \otimes F$ ،
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \wedge E$ ،
4. احسب الجداء التقلصي β, α ،
5. احسب $\beta \otimes \beta$ ،
6. حدد الفضاء $F \wedge F$ ،
7. هل العبارة α, β معرفة .

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عطالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\vec{F} = y\vec{i} + x\vec{j}$ ، وتخضع للقيدتين المثابنتين : $x = \cos z$ ، $y = \sin z$. المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم أوجد معادلات الحركة باستخدام المعادلة الأسامية في التحريك (بدون رموز أفعال).
2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول z ، ومشتقاته بالنسبة للزمن.
3. للرمز لمرافق المتحول z بالرمز γ ، أوجد تحويل أوجندر، واكتب تابع هاملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي :

1. ✓ القيد المثالي هو القيد الذي لا ينتج عنه أي رد فعل،
2. ✗ في جملة مادية مقيدة، عدد درجات الحرية هو عدد إحداثيات نقط الجملة،
3. ✗ عدد درجات الحرية لجسم صلب نقطة متسامية هو خمسة،
4. ✗ تابع هاملتون يساوي عددياً تابع لاغرانج،
5. ✓ إذا كانت الدالتين F, G تكاملين أوليين، وكان α, β عددين حقيقيين، كانت الدالة $\alpha F + \beta G$ تكاملاً أولياً،
6. ✗ دالة هاملتون تتضمن مشتقات بالنسبة للزمن،
7. ✓ دالة لاغرانج هي دالة معرفة على الفضاء الطوري.

الاسم :
الرقم :

جامعة الرياضيات - مراكش
سبتمبر 2014

كلية العلوم
قسم الرياضيات
المسائل الأولى : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، ولتكن القاعدتين $f = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ و $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ وليكن أيضا $f' = (\vec{f}'_1, \vec{f}'_2, \vec{f}'_3)$ و $e' = (\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3)$ القاعدتين الترتيبيتين في الفضاءين E, F .

لتضع $\alpha = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ و $\beta = 2\vec{f}_1 - \vec{f}_2 + 3\vec{f}_3$ المطلوب :

1. اكتب قاعدة الفضاء $E' \wedge E''$.
2. اكتب قاعدة الفضاء $F \otimes E''$.
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \vee E$.
4. احسب الفضاء التقلصي $(\alpha, (\vec{e}_2 + \vec{e}_3))$.
5. احسب الفضاء التقلصي β, \vec{f}_2 .
6. هل يمكن إنشاء تشاكل بين الفضاء المتجهي $E \vee E$ والفضاء المتجهي E .
7. إلى أي فضاء ينتمي المتكافئ $\alpha \otimes \beta$.

المسائل الثانية : $30 = 10 \times 3$

في الفضاء الإحداثي الصفيحة $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ بحيث $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ و $\vec{r} = \vec{R}$ ونضع للقياس المتكافئ : $x^2 + y^2 = z^2, z > 0$ المطلوب :

1. طبق طريقة مضارب لاغرانج، وحدد المعادلات اللازمة لحل المسألة.
2. اكتب تابع الكمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المنحول z ، والمنحول φ (زاوية المتجه \vec{R} مع المحور oz) ومنشقاتهما.
3. لرمز للمرافق المنحولين φ, z بالرمزين σ, τ على الترتيب. أوجد تحويل لوجندر، واطبع تابع هاملتون H .

المسائل الثالثة : $35 = 7 \times 5$

أجب بـصح أو خطأ (فقط) عما يلي :

1. أي سرعة متجهة من النقاط المادية، تنمض فقط بعد متجه من القيود المستقلة.
2. إذا كان F تكاملاً أولياً، فإن F^2 تكاملاً أولياً، بالضرورة.
3. تابع هاملتون هو تكامل أولي.
4. مبدأ متالية القيود يكفي وحده لحل كل مسائل الميكانيك.
5. عدد معادلات هاملتون، هو نفس عدد معادلات لاغرانج.
6. دوائر الأفعال لا تعمل أبداً.
7. عدد درجات الحرية للنقطين ماديتين هو أربع.

مع أطيب التحيات بالامتحان والتفريق

الاسم :
الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
كانون ٢٠١٥

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، بمكان القاعدتين (\bar{e}_1, \bar{e}_2) و $(\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3, \bar{f}_4)$ ، ولتكن أيضاً $f' = \{\bar{f}_1', \bar{f}_2', \bar{f}_3', \bar{f}_4'\}$ و $e' = \{\bar{e}_1', \bar{e}_2'\}$ القاعدتين الثويتين، في الفضاءين E', F' .

لنضع : $\alpha = 7\bar{e}_1 - 5\bar{e}_2$ ، $\beta = 2\bar{e}_1' + 3\bar{e}_2'$ المطلوب :

١. اعط قاعدة للفضاء $F \wedge F \wedge F$ ،

٢. اعط قاعدة للفضاء $F' \otimes E$ ،

٣. كم عدد أبعاد الفضاء $F \vee F$ ،

٤. احسب الجداء التقليلسي $\alpha \cdot \beta$ ،

٥. احسب $\alpha \otimes \alpha$ ،

٦. حدد الفضاء $F \wedge F \wedge F \wedge F \wedge F$ ،

٧. هل العبارة $\beta \cdot \beta$ معرفة.

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عتالية متعامدة رنظلمية $Oxyz$ ، شحرك نطء مادية $P(x, y, z)$ ، كننلها واحدية، نحت نأئر القوء $\bar{F} = x\bar{i} + 2y\bar{j} + 3z\bar{k}$ ، وننضع للقبين المئالين : $x = 0, x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1$. المطلوب :

١. حءء عءء ءرءاء الحرية، ثم أوء معءلاء الحركة باءءءءام طرقة مضارب لاءرانء.

٢. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاءرانء L ، بءلالة المءءول المعمم φ ، ومشتقاته بالنسبة للزمن،

حيث $2y = \cos \varphi, 3z = \sin \varphi$

٣. لنرمز لمرافق المءءول φ بالرمزين p, q ، أراءءءءول لءنءر، واكنب تابع همءون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

اأب بصب أو بظا (فقط) عما يلي :

١. القءء المئالي قء يقءم رءءعل،

٢. الكامل الأولي هو ءالة نابةء على الفضاء الطوري،

٣. تابع همءون بساوي تابع لاءرانء،

٤. الجسم الصلب هو مءموعة من النقط المادية الطلقة،

٥. تملك النطء المادية الطلقة سءء ءرءاء حرية،

٦. المعاءلة الأساسية في النءريك ءالية من رءوء الأفعال،

٧. إءا كانت F تكاملاً أولياً، وكانت $F + G$ تكاملاً أولياً، نكون G تكاملاً أولياً.

ءءءء العءءءة مع اءطب التعمنات بالنءءاء والنوفق

الاسم :

الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
حزيران 2015

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن F, F^* فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $f = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$ ، $e = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5\}$ ، ولتكن أيضاً $f^* = \{\vec{f}_1^*, \vec{f}_2^*, \vec{f}_3^*\}$ و $e^* = \{\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*, \vec{e}_4^*, \vec{e}_5^*\}$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين F^*, E^* .
لنضع : $\alpha = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_3$ ، $\beta = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_3^*$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للفضاء $F \vee F^*$.
2. اعط قاعدة للفضاء $E \wedge E$.
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \vee E$.
4. احسب الجداء التقليلصي $\alpha \cdot \beta$.
5. احسب $\alpha \otimes \beta$.
6. إلى أي فضاء ينتمي المقدار $\vec{e}_3 \cdot \beta$.
7. هل العبارة $\alpha \wedge \beta$ معرفة؟ علل إجابتك.

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في حملة إحصائية عطالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطتان ماديتان $P(x, y, z)$ ، $Q(x_1, y_1, z_1)$ ، كتلتاهما واحدتان، تحت تأثير حقل الجاذبية الثابت $\vec{F} = -g \vec{k}$ ، وتخضعان لقيود مثالية تجعلهما يتحركان على المحور Oz ، ويبقى دوماً $z_1 - z = 1$.
المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم أوجد معادلات الحركة باستخدام المعادلة الأساسية في التحريك.
2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول المعمم z ، ومشتقاته بالنسبة للزمن.
3. ل نرمز لمرافق المتحول z بالرمز p ، أوجد تحويل لوجندر، واكتب تابع هملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي :

1. في جملة مادية مقيدة، عدد ردود الأفعال يساوي عدد القيود، \times
2. القيد المثالي هو القيد الذي يطبق على نقطة مادية واحدة، \times
3. تابع هملتون هو تابع لاغرانج مطبق عليه تحويل لوجندر، \times
4. عدد مضارب لاغرانج هو عدد القيود المستقلة، \times
5. عدد درجات الحرية لجسم صلب نقاطه متساممة (على استقامة واحدة) هو خمسة، \times
6. تابع هملتون هو تابع حقيقي معرف على الفضاء الطوري، \times
7. عدد أبعاد الفضاء الطوري لجملة مادية هو عدد النقاط التي تكونها، \times

الاسم :
الرقم :

رابعة رياضيات - ميكانيك
شباط 2014

كلية العلوم
قسم الرياضيات
السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، بملكان القاعدتين $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$, $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3\}$ وليكن أيضا $f' = \{\bar{f}'_1, \bar{f}'_2, \bar{f}'_3\}$ و $e' = \{\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \bar{e}'_3\}$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين E', F' .

لنضع : $\alpha = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3$ و $\beta = 2\bar{f}_1 - \bar{f}_2 + 3\bar{f}_3$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للفضاء $E' \wedge E'$
2. اعط قاعدة للفضاء $F \otimes E'$
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \vee E$
4. احسب الجداء التقلصي $(\alpha, (\bar{e}'_1 + \bar{e}'_2))$
5. احسب الجداء التقلصي (\bar{f}'_2, β)
6. هل يمكن انشاء تشاكل بين الفضاء المتجهي $E \vee E$ والفضاء المتجهي E
7. إلى أي فضاء ينتمي المقدار $\alpha \otimes \beta$.

السؤال الثاني : $30 = 10 \times 3$

في الجملة الإحداثية العطالية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\vec{F} = \vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j}$ وتخضع للقيود المثالية : $x^2 + y^2 = z^2$, $z > 0$. المطلوب :

1. طبق طريقة مضارب لاغرانج، وحدد المعادلات اللازمة لحل المسألة،
2. اعط تابع الكمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول x والمتحول φ (زاوية المنح \vec{R} مع المحور ox) ومشتقاتهما،
3. للرمز لمرافقي المتحولين φ, z بالرمزين σ, τ ، على الترتيب. اوجد تحويل لوجندر، واعط تابع هاملتون H .

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

اجب بصح أو خطأ (فقط) عما يلي :

1. أي مجموعة منتهية من النقاط المادية، تخضع فقط لعدد منته من القيود المستقلة،
2. إذا كان F تكاملاً أولياً، فإن F^2 تكاملاً أولياً، بالضرورة،
3. تابع هاملتون هو تكامل أولي،
4. مبدأ مثالية القيود يكفي وحده لحل كل مسائل الميكانيك،
5. عدد معادلات هاملتون، هو نفس عدد معادلات لاغرانج،
6. ردود الأفعال لا تعمل أبداً،
7. عدد درجات الحرية لنقطتين ماديتين هو أربع.

السؤال الأول: (35)

1. $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5\}$

2. $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5\}$

3. العدد هو 56

4. $\alpha(\vec{e}_1 + \vec{e}_2) = 1 + 1 = 2$

5. $\vec{F} \cdot \vec{n} = 2 \times 1 = 2$

6. لا

7. $5 \in F$

8. الفضاء

السؤال الثاني: (30)

1. المادة الاساسية

$(\ddot{x} - x)\delta x + (\ddot{y} - y)\delta y + \ddot{z}\delta z = 0$

$x\delta x + y\delta y - z\delta z = 0$

$[\ddot{x} + (\lambda - 1)x]\delta x + [\ddot{y} + (\lambda - 1)y]\delta y + (\ddot{z} - \lambda z)\delta z = 0$

$\ddot{x} + (\lambda - 1)x = 0$ (1) $\ddot{y} + (\lambda - 1)y = 0$ (2) $\ddot{z} - \lambda z = 0$ (3)

المعادلات المطلوبة هي (1) ، (2) ، (3) بالإضافة لمعادلة القيود

$\delta V = -\vec{F} \cdot \delta \vec{r} = \delta(\frac{1}{2}z^2) \Rightarrow V = -\frac{1}{2}z^2$

$T = \frac{1}{2}(\dot{z}^2 + \dot{z}^2\dot{\phi}^2)$

$L = T - V = \frac{1}{2}(\dot{z}^2 + \dot{z}^2\dot{\phi}^2) + \frac{1}{2}z^2$

$z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \dot{z}$ $\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = \dot{z}^2 \dot{\phi}$

$\dot{z} = \frac{1}{2}z$ $\dot{\phi} = \frac{z}{2z^2}$

$H = \dot{z}z + \dot{\phi}\phi - L = \frac{1}{2}(\dot{z}^2 + \frac{\phi^2}{\dot{z}^2}) - \frac{1}{2}z^2$

السؤال الثالث: (35)

1. ص 5

2. ص 5

3. ص 5

4. خطأ 5

5. خطأ 5

6. خطأ 5

7. خطأ 5

المادة الاساسية

سليم نصير

الاسم :
الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
حزيران 2014

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $\{ \bar{e}_1, \bar{e}_2 \}$ و $\{ \bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3, \bar{f}_4 \}$ ، وتكن أيضاً $e^* = \{ \bar{e}_1^*, \bar{e}_2^* \}$ و $f^* = \{ \bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*, \bar{f}_3^*, \bar{f}_4^* \}$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين E^*, F^* .

لنضع : $\alpha = \bar{e}_1^* - \bar{e}_2^*$ ، $\beta = \bar{e}_1 \otimes \bar{f}_4$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للفضاء $E \vee E$ ،
2. اعط قاعدة للفضاء $F^* \otimes E$ ،
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \wedge E$ ،
4. احسب الجداء التقليصي $\alpha \cdot \beta$ ،
5. احسب $\alpha \otimes \beta$ ،
6. كم عدد أبعاد الفضاء $E \otimes F^*$ ،
7. إلى أي فضاء ينتمي المقدار $\beta \cdot \bar{e}_2^*$.

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عتالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\bar{F} = y \bar{i} + x \bar{j}$ ، وتخضع للقيد المثالي: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأساسية في الديناميك، ثم استنتج من معادلة القيد لإيجاد معادلات الحركة (دون ردود الأفعال).
$$\tau = \frac{1}{2} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \dot{y}^2 + \frac{1}{2} \dot{z}^2 + \frac{R^2}{L} \dot{\varphi}^2$$
2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحولين المعممين R, φ ، ومشتقاتهما بالنسبة للزمن، حيث R طولية المتجه $\bar{r} = x \bar{i} + y \bar{j}$ و φ زاوية \bar{R} مع Ox .
3. لنرمز لمرافقي المتحولين R, φ بالرمزين p, τ ، على الترتيب. أوجد تحويل لوجندر، واكتب تابع همilton.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي :

1. تابع لاغرانج تكامل أولي، ☒
2. إذا كان F, G تكاملين أوليين، فإن $F + G$ تكامل أولي ☒
3. عدد القيود المستقلة المطبقة على نقطة مادية غير محدود، ☒
4. القيود المثالية تقدم ردود أفعال مجموع أعمالها معدوم، ☒
5. مضارب لاغرانج هي مجاهيل جديدة تضاف للمسألة، ☒
6. المجموعة المادية المكونة من ثلاث نقاط لا يمكن أن تكون عتلية (بدون قيود)، ☒
7. يمكن اعتبار كل قيد قيداً مثالياً، وذلك بالنظر لجزء من رد فعله على أنه قوة فعالة. ☒

د. خال العبدالله مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

السؤال الأول: (35)

$$\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\}$$

1. لدينا القاعدة

$$\{\vec{f}_1^* \otimes \vec{e}_1, \vec{f}_1^* \otimes \vec{e}_2, \vec{f}_1^* \otimes \vec{e}_3, \vec{f}_1^* \otimes \vec{e}_4\}$$

2. لدينا القاعدة

3. عدد أبعاد هذا الفضاء هو "واحد" 5

$$\alpha, \beta = \vec{f}_4 - 0 = \vec{f}_4$$

4.

$$\alpha \otimes \beta = \vec{e}_1^* \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{f}_4 - \vec{e}_1^* \otimes \vec{e}_2 \otimes \vec{f}_4$$

5.

6. عدد أبعاد الفضاء المتشعب هو "ثمانية" 5

7. إلى 5.F

السؤال الثاني: (30)

4. عدد درجات الحرية هو $n = 2$

المعادلة الاسية

$$(\vec{F} - \vec{F}) \cdot \vec{F} = 0$$

$$(x - y) \delta x + (y - z) \delta y + z \delta z = 0$$

من معادلة القيد نجد:

$$x \delta x + y \delta y + z \delta z = 0$$

بمثبت δz نجد:

$$(3x - xz - yz) \delta x + (3y - yz - xz) \delta y = 0$$

ومن:

$$3x - xz - yz = 0, 3y - yz - xz = 0$$

وهي تمثل مع معادلة القيد معادلات الحركة.

2. لدينا:

$$x = R \cos \phi, y = R \sin \phi, z = \sqrt{1 - R^2}$$

$$V = -xy = -R^2 \sin \phi \cos \phi$$

$$T = \frac{1}{2} \dot{\vec{r}}^2 = R^2 \dot{\phi}^2 + \frac{\dot{R}^2}{1 - R^2}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$L = T - V = R^2 \dot{\phi}^2 + \frac{\dot{R}^2}{1 - R^2} + R^2 \sin \phi \cos \phi$$

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{R}} = \frac{2\dot{R}}{1 - R^2} \Rightarrow \begin{cases} \dot{R} = \frac{1}{2} (1 - R^2) p \\ \dot{\phi} = \frac{1}{2} \frac{Z}{R^2} \end{cases}$$

3. تحويل لوجندر

$$H = p \dot{R} + \dot{\phi} Z - L = \frac{1}{4} \frac{Z^2}{R^4} + \frac{1}{4} (1 - R^2) p^2 - R^2 \sin \phi \cos \phi$$

نأخذ هاملتون:

السؤال الثالث: (35)

1. خطأ 5
2. صحيح 5
3. خطأ 5
4. صحيح 5
5. صحيح 5
6. خطأ 5
7. صحيح 5

د. فالح العبدالله

Signature

7

سلام میباید تحلیلی + مسئله در راه

آپ

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
أيلول 2014

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ ، $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3\}$ ، ولتكن أيضا $f^* = \{\bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*, \bar{f}_3^*\}$ و $e^* = \{\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*, \bar{e}_3^*\}$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين E^*, F^* .

لنضع : $\alpha = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3$ ، $\beta = \bar{e}_1 + \bar{e}_2$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للنضاء $E \wedge E$.
2. اعط قاعدة للنضاء $E^* \otimes E$.
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \wedge E \wedge E$.
4. احسب الجداء التقليصي $\alpha \cdot \beta$.
5. احسب $\alpha \otimes \beta$.
6. هل العبارة $E \wedge F$ معرفة .
7. حدد النضاء $E \wedge E \wedge E \wedge E$.

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عتالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدية، تحت تأثير القوة

$$\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad \text{وتخضع للقيدین المثاليين: } x^2 + y^2 = 1, z = 0. \text{ المطلوب:}$$

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأساسية في الديناميك، ثم استند من معادلات القيود لإيجاد معادلات الحركة

2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول المعم θ ، ومشتقاته بالنسبة للزمن، $\dot{\theta}$ ، $\ddot{\theta}$ ، \dots (دون ردود الأفعال) $\bar{V} = -f \delta r$ $L = T - V = T_0 + T = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2$

2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول المعم θ ، ومشتقاته بالنسبة للزمن، حيث θ زاوية متجه الموضع \vec{r} مع Ox

3. لرمز لمرافق المتحول θ بالرمز τ أوجد تحويل لوجندر، واكتب تابع هملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو بخطا (فقط) عما يلي :

1. تابع هملتون تكامل اولي، ✓
2. إذا كان F, G تكاملين أوليين، فإن $F + G + F \cdot G$ تكامل أولي،
3. إذا كان F تكاملاً أولياً، و G ليس تكاملاً أولياً فإن $F + G$ قد يكون تكاملاً أولياً، ✓
4. القيد المثالي لا يقدم أي رد فعل، ✗
5. مضارب لاغرانج هي ثوابت معلومة، ✗
6. المجموعة المادية المكونة من نقطة واحدة لا يمكن أن تخضع لقيود، ✗
7. عدد درجات الحرية لمجموعة المادية مكونة من نقطتين طبيعيتين هو 6. ✓

د. خالد العبدالله مع أطيب التمنيات بالنجاح والرفيق

۵۰۱ کا

$$(\mathcal{F}_t)_{t \in \mathbb{R}_+} \subseteq \mathcal{F}$$

$f \in \mathcal{F} \Rightarrow f + g \in \mathcal{F}$

أيلول 2014

ميكانيك فلكي

سليمة المصباح

السؤال الأول: 35

$$\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2, \vec{e}_2 \wedge \vec{e}_3, \vec{e}_3 \wedge \vec{e}_1\}$$

$$\{\vec{e}_i \otimes \vec{e}_j, i, j = 1, 2, 3\}$$

1. لدينا القاعد:

2. لدينا القاعد:

3. عدد أبعاد هذا الفضاء هو واحد

1 2 10A 65

3 10B 65

4 10C 65

5 10D 65

6 10E 65

7 10F 65

8 10G 65

9 10H 65

10 10I 65

11 10J 65

12 10K 65

13 10L 65

14 10M 65

15 10N 65

16 10O 65

17 10P 65

18 10Q 65

19 10R 65

20 10S 65

21 10T 65

22 10U 65

23 10V 65

24 10W 65

25 10X 65

26 10Y 65

27 10Z 65

28 10AA 65

29 10AB 65

30 10AC 65

31 10AD 65

32 10AE 65

33 10AF 65

34 10AG 65

35 10AH 65

36 10AI 65

37 10AJ 65

38 10AK 65

39 10AL 65

40 10AM 65

41 10AN 65

42 10AO 65

43 10AP 65

44 10AQ 65

45 10AR 65

46 10AS 65

47 10AT 65

48 10AU 65

49 10AV 65

50 10AW 65

51 10AX 65

52 10AY 65

53 10AZ 65

54 10BA 65

55 10BB 65

56 10BC 65

57 10BD 65

58 10BE 65

59 10BF 65

60 10BG 65

61 10BH 65

62 10BI 65

63 10BJ 65

64 10BK 65

65 10BL 65

66 10BM 65

67 10BN 65

68 10BO 65

69 10BP 65

70 10BQ 65

71 10BR 65

72 10BS 65

73 10BT 65

74 10BU 65

75 10BV 65

76 10BW 65

77 10BX 65

78 10BY 65

79 10BZ 65

80 10CA 65

81 10CB 65

82 10CC 65

83 10CD 65

84 10CE 65

85 10CF 65

86 10CG 65

87 10CH 65

88 10CI 65

89 10CJ 65

90 10CK 65

91 10CL 65

92 10CM 65

93 10CN 65

94 10CO 65

95 10CP 65

96 10CQ 65

97 10CR 65

98 10CS 65

99 10CT 65

100 10CU 65

101 10CV 65

102 10CW 65

103 10CX 65

104 10CY 65

105 10CZ 65

106 10DA 65

107 10DB 65

108 10DC 65

109 10DD 65

110 10DE 65

111 10DF 65

112 10DG 65

113 10DH 65

114 10DI 65

115 10DJ 65

116 10DK 65

117 10DL 65

118 10DM 65

119 10DN 65

120 10DO 65

121 10DP 65

122 10DQ 65

123 10DR 65

124 10DS 65

125 10DT 65

126 10DU 65

127 10DV 65

128 10DW 65

129 10DX 65

130 10DY 65

131 10DZ 65

132 10EA 65

133 10EB 65

134 10EC 65

135 10ED 65

136 10EE 65

137 10EF 65

138 10EG 65

139 10EH 65

140 10EI 65

141 10EJ 65

142 10EK 65

143 10EL 65

144 10EM 65

145 10EN 65

146 10EO 65

147 10EP 65

148 10EQ 65

149 10ER 65

150 10ES 65

151 10ET 65

152 10EU 65

153 10EV 65

154 10EW 65

155 10EX 65

156 10EY 65

157 10EZ 65

158 10FA 65

159 10FB 65

160 10FC 65

161 10FD 65

162 10FE 65

163 10FF 65

164 10FG 65

165 10FH 65

166 10FI 65

167 10FJ 65

168 10FK 65

169 10FL 65

170 10FM 65

171 10FN 65

172 10FO 65

173 10FP 65

174 10FQ 65

175 10FR 65

176 10FS 65

177 10FT 65

178 10FU 65

179 10FV 65

180 10FW 65

181 10FX 65

182 10FY 65

183 10FZ 65

184 10GA 65

185 10GB 65

186 10GC 65

187 10GD 65

188 10GE 65

189 10GF 65

190 10GG 65

191 10GH 65

192 10GI 65

193 10GJ 65

194 10GK 65

195 10GL 65

196 10GM 65

197 10GN 65

198 10GO 65

199 10GP 65

200 10GQ 65

201 10GR 65

202 10GS 65

203 10GT 65

204 10GU 65

205 10GV 65

206 10GW 65

207 10GX 65

208 10GY 65

209 10GZ 65

210 10HA 65

211 10HB 65

212 10HC 65

213 10HD 65

214 10HE 65

215 10HF 65

216 10HG 65

217 10HH 65

218 10HI 65

219 10HJ 65

220 10HK 65

221 10HL 65

222 10HM 65

223 10HN 65

224 10HO 65

225 10HP 65

226 10HQ 65

227 10HR 65

228 10HS 65

229 10HT 65

230 10HU 65

231 10HV 65

232 10HW 65

233 10HX 65

234 10HY 65

235 10HZ 65

236 10IA 65

237 10IB 65

238 10IC 65

239 10ID 65

240 10IE 65

241 10IF 65

242 10IG 65

243 10IH 65

244 10IJ 65

245 10IK 65

246 10IL 65

247 10IM 65

مكرره

الاسم :

الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
جانون 2013

السؤال الأول: $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يمكن القاعدتين $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$, $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3, \bar{f}_4\}$ ولتكن ايضا $e' = \{\bar{e}'_1, \bar{e}'_2\}$, $f' = \{\bar{f}'_1, \bar{f}'_2, \bar{f}'_3, \bar{f}'_4\}$ القاعدتين الثوريين، لي الفضائين E', F' .

لنضع: $\alpha = 3\bar{e}_1 - \bar{e}_2$ ، المطلوب:

1. اعط قاعدة للفضاء $E \otimes F$.

2. اعط قاعدة للفضاء $E \vee E$.

3. كم عدد ابعاد الفضاء $F \vee F$.

4. كم عدد ابعاد الفضاء $E \otimes F'$.

5. احسب $\alpha \otimes (\bar{f}_1 + \bar{f}_4)$.

6. احسب الجداء التقليصي $\alpha \cdot \bar{e}'_1$.

7. إلى أي فضاء ينتمي المتدار $\alpha \cdot \bar{e}'_1$.

السؤال الثاني: $30 = 3 \times 10$

في الجملة الإحداثية العطالية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير قوة الجاذبية $\bar{F} = \bar{r} - g\bar{k}$ ، حيث \bar{r} شعاع الموضع، وتخضع للقيد المثالي: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. المطلوب:

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأساسية في الديناميك، ثم استند من معادلة القيد لإيجاد معادلات الحركة

$$(D^2 - m^2)\psi = 0 \quad (\text{دون ردود الأفعال}).$$

2. اعط تابع الكمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحولين الكرويين θ, φ ، ومشتقاتهما بالنسبة

للزمن، حيث φ الزاوية بين مستط \bar{r} على المستوي Oxy والمحور Ox ، والزاوية θ هي زاوية \bar{r} مع Oz .

3. اعط تابع هملتون، بدلالة θ, φ ومتحولين مرافقين A, B ، واكتب معادلات هملتون.

السؤال الثالث: $35 = 7 \times 5$

اجب بصح أو بخطا (لفظ) عما يلي:

- التكامل الأولي لا يتعلق بشروط البدء.
- الجسم الصلب هو مجموعة نقاط مادية لا تخضع لأي قيد.
- قانون نيوتن يكفي وحده لحل مسائل النقطة المادية المطلقة.
- عدد درجات الحرية لنقطة مادية غير مطلقة هو ثلاث.
- القيد المثالي هو القيد الذي لا يقدم أي رد فعل.
- تابع هملتون هو تكامل أولي لمسائله.
- تابع لاغرانج يساوي تابع هملتون.

أول : 35

$$E \otimes F \sim \{ \vec{e}_i \otimes \vec{f}_j : i=1,2,3,4,5 \}$$

$$E \vee F \sim \{ \vec{e}_i \vee \vec{f}_j : i=1,2,3,4,5 \}$$

عدد أساس الفضاء FVF هو 10 $5 \times 4 \times 5$

عدد أساس الفضاء $E \otimes F^*$ هو 8 $5 \times 4 \times 4$

$$\alpha \otimes (\vec{f}_1 + \vec{f}_2) = \alpha \otimes \vec{f}_1 + \alpha \otimes \vec{f}_2 = \vec{e}_1 \otimes \vec{f}_1 + \vec{e}_1 \otimes \vec{f}_2 = \vec{e}_1 \otimes (\vec{f}_1 + \vec{f}_2)$$

$$\alpha \otimes \vec{f}_1 = 3 \times 1 - 0 = 3.5$$

$$5 \times \vec{e}_1 \in R$$

على الثاني : 30

عدد درجات الحرية هو $3 \times 1 - 1 = 2$

$$I(\vec{F}) = 0 \Rightarrow (x-x_0)\delta x + (y-y_0)\delta y + (z-z_0)\delta z = 0$$

$$2.5x - 4.5y - 4.5z = 0 \Rightarrow 2.5x - 4.5y - 4.5z = 0$$

$$(x-2)\delta x + (y-3)\delta y + (z-3)\delta z = 0$$

$$x-2 = 0 \Rightarrow x=2, y-3 = 0 \Rightarrow y=3, z-3 = 0 \Rightarrow z=3$$

$$V_1 = g \cos \theta, V = -\frac{1}{2} \dot{r}^2 + g z$$

$$T = \frac{1}{2} \dot{r}^2 = \frac{1}{2} [\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta]$$

$$L = T - V_1 = \frac{1}{2} [\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta] - g \cos \theta$$

$$H = T + V_1 = \frac{1}{2} [\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta] + g \cos \theta$$

$$\frac{\partial H}{\partial \dot{\theta}} = \dot{\theta} = \frac{\partial H}{\partial \dot{\phi}} = \dot{\phi} \sin^2 \theta$$

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = -g \sin \theta = \frac{\partial H}{\partial \phi} = 0$$

السؤال الثالث : 25

1. خطأ 2. خطأ 3. خطأ 4. خطأ 5.
5. خطأ 6. خطأ 7. خطأ

د. فالح السبيعي

الاسم :
الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
نموذج 2013

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، ولتكن القاعدتين $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2)$, $f = (\bar{f}_1, \bar{f}_2)$ ولتكن أيضا $f' = (\bar{f}'_1, \bar{f}'_2)$ و $e' = (\bar{e}'_1, \bar{e}'_2)$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين E', F' .

نضع : $\alpha = \bar{e}'_1 - \bar{e}'_2$, $\beta = \bar{e}'_1 + \bar{e}'_2$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للنضاء $E' \otimes F \otimes E$.
2. اعط قاعدة للنضاء $E \vee E$.
3. كم عدد أبعاد الفضاء $F \wedge F$.
4. كم عدد أبعاد الفضاء $E \otimes F'$.
5. احسب $\alpha \otimes \beta$.
6. احسب الجداء التقلبي $\alpha \cdot \beta$.
7. إلى أي فضاء ينتمي المقدار $\alpha \otimes \beta$.

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في الجملة الإحداثية العطالية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $p(x, y, z)$ كتلتها راحية، تحت تأثير قوة الجاذبية $\bar{F} = (r^2 - 1)\bar{r}$ حيث \bar{r} شعاع الموضع، وتخضع للقيد المثالي: $x - y = 0$. المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأمامية في الديناميك، ثم استند من معادلة القيد لإيجاد معادلات الحركة (دون ردود الأفعال).
2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحولين المعممين p, z ، ومشتقاتهما بالنسبة للزمن، حيث $p = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. اعط تابع هملتون، بدلالة p, z ومتحولين مرافقين A, B واكتب معادلات هملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو خطأ (فقط) عما يلي :

1. الجسم الصلب هو مجموعة نقاط مادية تخضع لعدد غير منته من القيود المستقلة.
2. التكامل الأولي بحسب بدلالة شروط البدء.
3. عدد درجات الحرية لنقطة مادية طليقة هو ثلاث.
4. القيد المثالي قد يقدم رد فعل غير معدوم.
5. تابع لاغرانج يعاكس تابع هملتون بالإشارة.
6. قانون نيوتن يكفي وحده لحل كل مسائل الميكانيك.
7. تابع هملتون ليس تكامل أولي لمسألة.

مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

د. خالد المجدد

تسوية 2013

ميكانيك

35

السؤال الأول

$$\{\vec{e}_i \otimes \vec{e}_j \otimes \vec{e}_k; i, j, k = 1, 2, 3\}$$

$$\{\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1, \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2, \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1, \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2\}$$

$$\alpha \otimes \beta = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2$$

$$\alpha \cdot \beta = 1 + 0 + 0 + 1 = 2$$

$$\alpha \otimes \beta \in E \otimes E$$

3. العدد هو 1

4. العدد هو 4

35

السؤال الثاني

$$3 \times 1 - 1 = 2$$

1. عدد درجات الحرية هو

$$(\vec{F} - \vec{r}) \cdot \delta \vec{r} = 0$$

لدينا

$$[(r^2 - 1)(x - \dot{x})] \delta x + [(r^2 - 1)(y - \dot{y})] \delta y + [(r^2 - 1)(z - \dot{z})] \delta z = 0$$

$$\delta y = \delta x$$

لكن من معادلة القيود

$$[(r^2 - 1)(x + y) - (\dot{x} + \dot{y})] \delta x + [(r^2 - 1)(z - \dot{z})] \delta z = 0$$

ومن معادلات الحركة

$$(r^2 - 1)(x + y) - (\dot{x} + \dot{y}) = 0 \quad (1)$$

$$(r^2 - 1)z - \dot{z} = 0 \quad (2)$$

$$x - y = 0 \quad (3) \cdot 10$$

$$V = -\left(\frac{1}{4}r^4 - \frac{1}{2}r^2\right) \quad r^2 = \dot{x}^2 + \dot{z}^2 \quad T = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{z}^2)$$

$$L = T - V = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{z}^2) + \left(\frac{1}{4}r^4 - \frac{1}{2}r^2\right) 10$$

$$\dot{x} = A, \quad \dot{z} = B$$

$$H = T + V = \frac{1}{2}(A^2 + B^2) + \left(\frac{1}{4}r^4 - \frac{1}{2}r^2\right) \quad r^2 = \dot{x}^2 + \dot{z}^2$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial A} = A \quad \dot{A} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -(2r^2 - 1)x$$

$$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial B} = B \quad \dot{B} = -\frac{\partial H}{\partial z} = -(2r^2 - 1)z \quad 10$$

35

السؤال الثالث

1. خطأ 2. صواب 3. صواب 4. صواب 5. خطأ 6. خطأ 7. خطأ

د. خالد العبدالله

الاسم :
الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
أب 2013

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ ، $f = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ ولتكن أيضا $f^* = (\vec{f}_1^*, \vec{f}_2^*)$ و $e^* = (\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*)$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين E^*, F^* .
لنضع : $\alpha = 2\vec{e}_1^* - 3\vec{e}_2^*$ ، $\beta = 5\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2 + \vec{e}_3$ ، المطلوب :

محاضرة

1. اعط قاعدة للنضاء $F \otimes E$
2. اعط قاعدة للنضاء $E \wedge E$
3. كم عدد أبعاد الفضاء $F \vee F$
4. كم عدد أبعاد الفضاء $E^* \wedge E^*$
5. احسب $\alpha \otimes \beta$
6. احسب الجداء التقليصي $\alpha \cdot \beta$
7. إلى أي فضاء ينتمي المتدار $\alpha \cdot \vec{e}_3$

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في الجملة الإحداثية العطالية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\vec{F} = \frac{\vec{r}}{r}$ ، حيث $r \neq 0$ شعاع الموضع، وتخضع للقيّد المثالي : $x + y - 6 = 0$. المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأساسية في الديناميك، ثم أوجد معادلات الحركة باستخدام طريقة مضاريب لاغرانج (دون ردود الأفعال).
2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحولين المعممين x, z ، ومشتقاتهما بالنسبة للزمن.

3. اعط تابع هملتون، بدلالة x, z ومتحولين مرافقين A, B ، واكتب معادلات هملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو بخطا (فقط) عما يلي :

1. القيد المثالي يقدم رد فعل عمله معدوم،
2. الجسم الصلب هو مجموعة نقاط مادية غير منتهية تخضع لعدد منته من القيود،
3. التكاملات الأولية هي مسألة هي شروط البدء،
4. تابع هملتون هو تابع لاغرانج معبر عنه بدلالة متحولات أخرى،
5. عدد درجات الحرية لنقطة مادية مقيدة هو أكثر من ثلاث حتماً،
6. قانون نيوتن يكفي وحده لحل كل مسائل الميكانيك،
7. تابع لاغرانج ليس تكاملاً أولياً.

مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق د. خالد العبدالله

السؤال الأول: (25)

1. لدينا القاعدة $\{\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j : i=1,2, j=1,2,3\}$

2. لدينا القاعدة $\{\bar{e}_1 \wedge \bar{e}_2, \bar{e}_2 \wedge \bar{e}_3, \bar{e}_3 \wedge \bar{e}_1\}$

3. العدد هو 3

4. العدد هو 3

5. لدينا $\alpha \otimes \beta = 10\bar{e}_1 \otimes \bar{e}_1 - 14\bar{e}_1 \otimes \bar{e}_2 + 2\bar{e}_1 \otimes \bar{e}_3 - 15\bar{e}_2 \otimes \bar{e}_1 + 21\bar{e}_2 \otimes \bar{e}_2 - 3\bar{e}_2 \otimes \bar{e}_3$

6. الجداء التقلصي هو $\alpha \cdot \beta = 10 - 0 + 0 - 0 + 21 - 0 = 31$

7. وضوحاً $\alpha \cdot \bar{e}_j \in \mathbb{R}$

السؤال الثاني: (30)

1. عدد درجات الحرية هو $3-1=2$

المعادلة الأساسية في الديناميك هي:

$$(\ddot{\vec{r}} - \frac{\vec{r}}{r})\delta\vec{r} = 0$$

أي

$$(\ddot{x} - \frac{x}{r})\delta x + (\ddot{y} - \frac{y}{r})\delta y + (\ddot{z} - \frac{z}{r})\delta z = 0$$

من معادلة القيد نجد:

$$\lambda\delta x + \lambda\delta y + 0\delta z = 0$$

بالجمع واستخدام تقنية لاغرانج نجد المعادلات:

$$\begin{cases} \ddot{x} - \frac{x}{r} + \lambda = 0 & (1) \\ \ddot{y} - \frac{y}{r} + \lambda = 0 & (2) \\ \ddot{z} - \frac{z}{r} = 0 & (3) \end{cases}$$

تمثل هذه المعادلات بالإضافة لمعادلة القيد معادلات كافية لدراسة الحركة.

2. لدينا تابع الكمون $V = -r = -\sqrt{x^2 + (6-x)^2 + z^2}$

وتابع الطاقة الحركية $T = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = \frac{1}{2}(2\dot{x}^2 + \dot{z}^2)$

ومنه تابع لاغرانج $L = T - V = \frac{1}{2}(2\dot{x}^2 + \dot{z}^2) + \sqrt{x^2 + (6-x)^2 + z^2}$

$$\begin{cases} A = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 2\dot{x} \\ B = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \dot{z} \end{cases}$$

ومن ثم تحويل لاجاندر φ التالي:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{2}A \\ \dot{z} = B \end{cases}$$

ومن ثم تابع هملتون:

$$H = (\dot{x}A + \dot{z}B - L) \circ \varphi$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}A^2 + B^2 - \left(\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{2}B^2 + \sqrt{x^2 + (6-x)^2 + z^2} \right) \\ &= \frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{2}B^2 - \sqrt{x^2 + (6-x)^2 + z^2} \end{aligned}$$

ومعادلات هملتون:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial A} = \frac{1}{2}A$$

$$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial B} = B$$

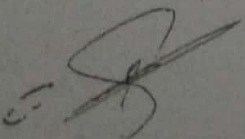
$$\dot{A} = -\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{2x-6}{r}$$

$$\dot{B} = -\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{z}{r} \quad 10$$

السؤال الثالث: (35)

1. صح 5
2. خطأ 5
3. خطأ 5
4. خطأ 5
5. خطأ 5
6. خطأ 5
7. صح 5

د. خالد العبدالله

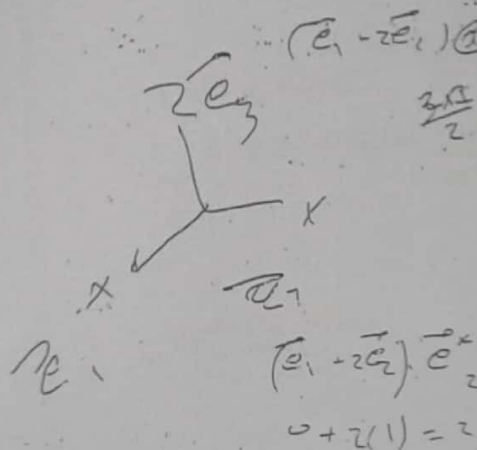
الدرجة
الدرجة

ميكانيكا تحليلي
رأبدر رابحان - ميكانيكا
r.ir

رأسه المثلث
تد المثلث
نم المثلث

السؤال الأول: $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضائين متجهيين يمكن تقاطعتهما $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$, $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3\}$ ولكن أيضا $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3\}$ $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$ القاعدتين القاعدتين في الفضاءين E, F .



1. اعط قاعدة الفضاء $E \otimes F$
2. $E \otimes F$
3. كم عدد أبعاد الفضاء $F \otimes F$
4. كم عدد أبعاد الفضاء $E \otimes E \otimes F$
5. اصعب $3 \otimes 3$
6. اصعب الفضاء المتجهي $E \otimes E$
7. إلى أي فضاء ينتمي المتجه $e_1 \otimes e_2$

السؤال الثاني: $30 = 2 \times 15$

في الجملة الإحداثية العظمى $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، ككتلة رابعية، تحت تأثير قوة الجاذبية $\vec{F} = -mg\vec{k}$ وتقطع للقيد المتطلي $z + x^2 = 1$ (سطح أسطواني محوري محور Ox) المطلوب:

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق مبدأ ميكانيكا القيد، واستند من قانون نيوتن لحذف ردود الأعمال، ثم استند من معادلة القيد لإيجاد معادلات الحركة.
2. اعط تابع الزخم h ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدالة المتحولين الأسطوانيين φ, θ ، على السطح المعطى، ومشتقاتها الزمنية $\dot{\varphi}, \dot{\theta}$ ، على السطح الأسطواني، تحقق $\cos \varphi = y$ ، وإشارة جيبيها من إشارة z .

السؤال الثالث: $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو خطأ (نقط) عايلي:

1. عدد مضاريب لاغرانج يساوي عدد معادلات القيود المتغيرة،
2. عدد معادلات لاغرانج يساوي عدد درجات الحرية،
3. قانون نيوتن يكفي وحده لحل كل مسائل الميكانيكا.
4. عدد درجات الحرية لنقطة مادية طليقة هو ستة.
5. القيد المتطلي هو القيد الثاني ينس نقطة مادية واحدة فقط.
6. معادلات لاغرانج تحوي مشتقات رتبة من الرتبة الأولى والثانية فقط.
7. تابع لاغرانج يتبع لمسطح مسطح ومشتقاتها الزمنية.

(3)

مبدأ

طريقة ثانية لحل المسألة السابقة :

$$\vec{F} = - \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{x^2 + y^2 + z^2} = - \frac{\vec{r}}{r^2} \quad ; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$d\vec{r} = \frac{x}{r} dx + \frac{y}{r} dy + \frac{z}{r} dz = \frac{\vec{r}}{r} \Rightarrow$$

$$\vec{F} = - \frac{1}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = - \frac{d\vec{r}}{r} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = - \frac{d\vec{r}}{r}}$$

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) ; m=1 \Rightarrow \boxed{T = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)}$$

$$dW = -F \Rightarrow dW = \frac{dr}{r} \Rightarrow \boxed{W = \ln r} \quad , \quad \boxed{W = \frac{1}{2} \ln r^2}$$

$$L = T - W = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2} \ln r^2 \quad \text{لا غرضي}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} x'' + \frac{x}{r^2} &= 0 \\ y'' + \frac{y}{r^2} &= 0 \\ z'' + \frac{z}{r^2} &= 0 \end{aligned}}$$

معادلات لا غرضية
المتناحية

$$H = (x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z} - L) = H(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) ;$$

4 كوكبي لا غرضي

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial p_k} = q_k} \Rightarrow \boxed{x = X, y = Y, z = Z}$$

$$\Rightarrow H = (X\dot{X} + Y\dot{Y} + Z\dot{Z}) - \frac{1}{2} (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{2} \ln r^2$$

$$\Rightarrow \boxed{H = \frac{1}{2} (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{2} \ln r^2} \quad \text{هاملتونين}$$

$$p_k = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_k} , \quad q'_k = - \frac{\partial H}{\partial p_k} \Rightarrow$$

معادلات هاميلتون

$$\boxed{\begin{aligned} x - X &= 0 & X + \frac{x}{r^2} &= 0 \\ y - Y &= 0 & Y + \frac{y}{r^2} &= 0 \\ z - Z &= 0 & Z + \frac{z}{r^2} &= 0 \end{aligned}}$$

معادلات هاميلتون
المتناحية

1.6.8

جامعة البعث
شعبة العلوم
قسم الرياضيات

المادة: الجبر الخطي
الرقم: 08

السؤال الأول: 20 = 5 × 4

20 = 5 × 4
السؤال الأول: 20 = 5 × 4

ليكن المتجهات e_1, e_2, e_3, e_4 في فضاء E المتجهي. $e_1 = (1, 0, 0, 0)$ و $e_2 = (0, 1, 0, 0)$ و $e_3 = (0, 0, 1, 0)$ و $e_4 = (0, 0, 0, 1)$.
المطلوب:
1. اكتب قاعدة المتجهات e_1, e_2, e_3, e_4 .
2. احسب $(e_1 - e_2, e_3, e_4)$.
3. ما عدد ابعاد الفضاء E ؟
4. احسب (e_1, e_2, e_3, e_4) .

$$u(n-1, n-2, \dots, 1)$$

السؤال الثاني: 40 = 10 × 4
لتحولات الخطية التالية، اكتب كتلة واحدة، ثم جلة خطية متماثلة و (Oxy) صورة Oxy تحتها باتجاهات

1. اكتب تابع لاغرانج R وأعطي العلاقات التي تفرق المتحويلات R, R', R'' الموافقة تقريباً للمتحويلات R, R', R'' .
2. اعطي مائلولي المسلة R وكتب مدولات دلتون.
3. ليكن الدالتين $H_1 = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{R}$ و $H_2 = \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$ اخترا احداهما، وبن من انها تكاملاً اولياً، ثم استنتج ان الاخرى تكاملاً اولياً.
4. بين تقارن او عدم تقارن التفاضل الاول H_1, H_2 .

$$A \subseteq B \subseteq U$$

$$A(U) \cdot B(U)$$

السؤال الثالث: 20 = 5 × 4
اجب بكلمة صبح او كلمة خطأ فقط عن كل ما يلي:
1. الدوال القانونية، تعالط على تابع مستقر.
2. يمكن قانون لورنر وحدود جميع مسارات التفاضل.
3. الاندول الانتر انسي حاتم للتيود، دلتا، مسارات التفاضل.
4. كون احدى الدالتين المتعارضتين تكاملاً اولياً، لا يضمن الشرود في الاخرى تكاملاً اولياً.

مع الحب والاحترام والتقدير
المعلم خالد العبد الله

السؤال الأول (35)

1. $\{\vec{e}_i \otimes \vec{e}_j, i, j = 1, 2\}$ 5

2. $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ 5

3. المتجه هو 3 5

4. المتجه هو $2 \times 2 \times 3 = 12$ 5

5. $\alpha \otimes \alpha = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + 2\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 + 2\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2$ 5

6. $\alpha \cdot \vec{e}_2 = 0 + 2 = 2$ 5

7. R 5

السؤال الثاني (25)

1. عدد درجات الحرية = 2 لدينا $R_x \delta x + R_y \delta y + R_z \delta z = 0$

$$\begin{cases} R_x + 0 = \ddot{x} \\ R_y + 0 = \ddot{y} \\ R_z + g = \ddot{z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_x = \ddot{x} \\ R_y = \ddot{y} \\ R_z = \ddot{z} - g \end{cases}$$

ومن ثم: $\ddot{x} \delta x + \ddot{y} \delta y + (\ddot{z} - g) \delta z = 0$

لدينا: $y \delta y + z \delta z = 0$

ومن ثم: $\ddot{x} z \delta x + \ddot{y} z \delta y + (\ddot{z} - g) y \delta y = 0$

$\ddot{x} z \delta x + (\ddot{y} z - \ddot{z} y + g y) \delta y = 0$

وبالتالي: 15 $(\ddot{x} z = 0 \text{ و } \ddot{y} z - \ddot{z} y + g y = 0)$

2. $V = -gz = -g \sin \phi$

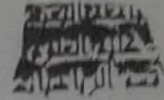
$T = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$

15 $L = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + g \sin \phi$

السؤال الثالث (35)

1. ص 5 2. ص 5 3. ص 5 4. خطأ 5. خطأ 6. خطأ 7. ص 5 8. ص 5

د. فالح العبدالله

السؤال الأول: $35 = 7 \times 5$ ليكن E, F فضاءين متجهيين، $\vec{e} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ ، $\vec{f} = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3, \vec{f}_4\}$ القاعدتين، ولتكن أيضا $\vec{f}' = \{\vec{f}'_1, \vec{f}'_2, \vec{f}'_3, \vec{f}'_4\}$ ر

$$\vec{e}' = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

القاعدتين الثريتين، في الفضاءين E, F .لتضع $\alpha = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ المطلوب:1. اعط قاعدة للفضاء $E \otimes F$.2. اعط قاعدة للفضاء $E \vee E$.3. كم عدد أبعاد الفضاء $F \vee F$.4. كم عدد أبعاد الفضاء $E \otimes F$.5. احسب $\alpha \otimes (\vec{f}_1 + \vec{f}_2)$.6. احسب الجداء التقلصي $\alpha \cdot \vec{e}_1$.7. إلى أي فضاء ينتمي المقدار $\alpha \cdot \vec{e}_1$.السؤال الثاني: $30 = 3 \times 10$ في الجملة الإحداثية المكانية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير قوة الجاذبية $\vec{F} = \vec{r} - g\vec{k}$ حيث \vec{r} شعاع الموضع، وتخضع للقيد المثالي: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ المطلوب:

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأمامية في الديناميك، ثم استند من معادلة القيد لإيجاد معادلات الحركة

$$(F - m\ddot{r}) \cdot \vec{r} = 0 \quad (\text{دون ردود الأفعال}).$$

2. اعط تابع الكمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تبع لاغرانج L ، بدلالة المتحولين الكرويين θ, φ ، ومشتقاتهما بالنسبةللزمن، حيث φ الزاوية بين مماس \vec{r} على المستوى Oxy والمحور Ox ، والزاوية θ هي زاوية \vec{r} مع Oz .3. اعط تابع هملتون، بدلالة θ, φ ومتحولين مرافقين A, B ، واكتب معادلات هملتون.السؤال الثالث: $35 = 7 \times 5$

أجب بـصح أو بخطأ (لقط) عما يلي:

1. التكامل الأولي لا يتعلق بشروط البدء.

2. الجسم الصلب هو مجموعة نقاط مادية لا تخضع لأي قيد.

3. قانون نيوتن يكفي وحده لحل مسائل النقطة المادية الطليقة.

4. عدد درجات الحرية للنقطة مادية غير طليقة هو ثلاث.

5. القيد المثالي هو القيد الذي لا يقدم أي رد فعل.

6. تابع هملتون هو تكامل أولي لمسئلته.

7. تابع لاغرانج يساوي تابع هملتون.

ميكانيك
رابطه رياضيات ميكانيك

٢٠١١

١٥

مادة الفيزياء

مادة الفيزياء

لغة الرياضيات

الزمن:

١٥

السؤال الأول: $5 \times 5 = 25$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يمكن القاعدتين $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ و $f = \{\bar{f}_1\}$ وتكون أيضاً $f' = \{\bar{f}_1'\}$ و $e' = \{\bar{e}_1', \bar{e}_2', \bar{e}_3'\}$ القاعدتين الثابنتين، أي الفضاءين E', F' .

٩٠ ١٥

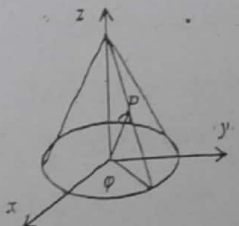
نضع: $\alpha = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2$ و $\beta = \bar{e}_1' + \bar{e}_2'$ المطلوب:

١. اعط قاعدة للفضاء $E' \otimes F$.
٢. كم عدد بعد الفضاء $E \otimes E' \otimes F$.
٣. احسب $\alpha \otimes \beta$.
٤. احسب الجداء للتقليص α, β .
٥. إلى أي فضاء ينتمي المقدار $\alpha \otimes \beta$.

السؤال الثاني: $10 \times 5 = 50$

في الجملة الإحداثية الجولية xyz ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتبتها وحيدة تحت تأثير قوة الجاذبية $\vec{F} = -g\vec{k}$ وتخضع للتبديد المثالي $\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = (5-z)^2$ مفروض موضع بالشكل. المطلوب:

١. طبق طريقة مضارب لاغرانج، وحدد المعادلات اللازمة لحل المسألة.
٢. اعط تابع لكمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدالة المتحول ϕ ، الموضع، والمتحول z ومنفصلتهما.
٣. للكمون لمراقبي المتحولين ϕ, z بالرمزين σ, τ ، على الترتيب. لوجد تحويل لوجندر، واعط تابع هاملتون H .
٤. برهن أن σ تكمّل لولي.
٥. استنتج أن سرعة الدوران الأفقي $|\dot{\phi}|$ تكون لبطن كلما ابتعد المتحرك عن راس المخروط.



السؤال الثالث: $5 \times 5 = 25$

اجب بصدق أو بخطأ (فقط) عما يلي:

١. إذا كان F تكاملاً لوليا، فإن $F' + F$ تكاملاً أولياً، بالضرورة.
٢. التكاملات الأولية هي مقادير معروفة.
٣. قانون نيوتن يكفي وحده لحل كل مسائل الميكانيك.
٤. عدد معادلات هاملتون، هو نفس عدد معادلات لاغرانج.
٥. مثالية القيود تعني انعدام ردود أفعالها.

أشبه استاذكم ما نفق

مع أطيب التحيات بلنجاح والتوفيق

لو شئتم أول
كل ما في مدرج

المسألة الثالثة: $20 = 5 \times 4$

40 = 10 \times 4 : الثاني اسم

 \dot{z}

السؤال الأول : $20 = 5 \times 4$

Vol 1
1803-1804

✓

دوران كاتون

طال السهل الأول

$$\frac{n(n-1)}{2} = \text{عدد العناصر في } E \text{ هو } n$$

$$3 = \frac{3(2)}{2} \Rightarrow n=1$$

نلاحظ أن تكون قاعدة ...

□

$$\begin{aligned} \bullet A &= e_1 + e_2 \\ \bullet B &= e_1 - e_2 \end{aligned} \Rightarrow A \wedge B = (e_1 + e_2) \wedge (e_1 - e_2)$$

$$= e_1 \wedge e_1 - e_1 \wedge e_2 + e_2 \wedge e_1 - e_2 \wedge e_2$$

$$A \wedge B = -2e_1 \wedge e_2 \Leftarrow \begin{cases} e_1 \wedge e_1 = e_2 \wedge e_2 = 0 \\ e_1 \wedge e_2 = -e_2 \wedge e_1 \end{cases}$$

□

$$\begin{aligned} \bullet A \wedge B \wedge e_1 &= -2e_1 \wedge e_2 \wedge e_1 \\ &= -2 \{ e_1 \otimes e_2 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1 \otimes e_1 - e_2 \otimes e_1 \otimes e_1 \} \end{aligned}$$

$$= -2(0) = 0$$

نلاحظ أن تكون القاعدة ...

□

$$\bullet (A \wedge B) \cdot e_1^* = (-2e_1 \wedge e_2) \cdot e_1^*$$

$$-2e_1 \wedge e_2 = -2(e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (A \wedge B) \cdot e_1^* &= (-2e_1 \otimes e_2 + 2e_2 \otimes e_1) \cdot e_1^* \\ &= -2e_1 \otimes e_2 \cdot e_1^* + 2e_2 \otimes e_1 \cdot e_1^* = -2e_2 \end{aligned}$$

نلاحظ أن تكون القاعدة ...

المسألة الثانية: $\vec{F} = (a-r) \frac{\vec{r}}{r}$ [I]

أما شعاع الموضع للنقطة المادية P : $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

تأثير الطاقة الحركية $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$

$\Rightarrow T = \frac{1}{2} m (x^2 + y^2 + z^2)$

تأثير الكونية V : نبدأ من الدالة N بحيث:

$\text{grad } V = -\vec{F} \Rightarrow \frac{dV}{dr} = -\vec{F}$

$\Rightarrow dV = -\vec{F} \cdot d\vec{r} = -(a-r) \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r}$

$\Rightarrow dV = -(a-r) dr$

$\Rightarrow V = \frac{1}{2} (a-r)^2 \quad ; a \in \mathbb{R}^+$

تأثير الجاذبية: $L = T - V$

$L = \frac{1}{2} m (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (a-r)^2$

نريد لاجنجر [II]

نبدأ بالتعريف: $q_i = \frac{\partial L}{\partial p_i}$ حيث $p_i = \dot{q}_i$

الرافعة $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$ $\&$ $p_1 = \dot{x}, p_2 = \dot{y}, p_3 = \dot{z}$

$X = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m \dot{x} \Rightarrow \dot{x} = \frac{X}{m}$

$Y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m \dot{y} \Rightarrow \dot{y} = \frac{Y}{m}$

$Z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m \dot{z} \Rightarrow \dot{z} = \frac{Z}{m}$

ملاحظة: $\dot{r} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$

من الضروري هنا أن نكتب لاجنجر في صورة المشتقة بـ \dot{q}_i وليس \dot{p}_i

تأثير هاميلتون: $H = \left(\sum_i p_i \dot{q}_i - L \right) = L(p, q)$

$\Rightarrow H = \left[\left(X \cdot \dot{x} + Y \cdot \dot{y} + Z \cdot \dot{z} - \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \right) + \frac{1}{2} (a-r^2) \right] = L(x, y, z, X, Y, Z)$

$$\Rightarrow H = X \cdot \frac{X}{m} + Y \cdot \frac{Y}{m} + Z \cdot \frac{Z}{m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{X^2}{m^2} + \frac{Y^2}{m^2} + \frac{Z^2}{m^2} \right) + \frac{1}{2} (a-r)^2$$

$$= \frac{1}{2m} (X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{1}{2} \frac{1}{m} (X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{1}{2} (a-r)^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2m} (X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{1}{2} (a-r)^2$$

مطابق مع المطلوب في السؤال ...

1. $\{H, C_x\} = 0$: حيث يكون تكامل أدلي يجب أن يتحقق : [1]

$$\{H, C_x\} = \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial C_x}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial C_x}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \cdot \frac{\partial C_x}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial y} \cdot \frac{\partial C_x}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial C_x}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial C_x}{\partial z}$$

$$= \left(\frac{X}{m}\right)(0) - \left(\frac{a-r}{r}\right)(0) + \left(\frac{Y}{m}\right)(Z) - \left(\frac{a-r}{r}\right)(Y)(-Z) + \left(\frac{Z}{m}\right)(-Y) - \left(\frac{a-r}{r}\right)(Z)(Y)$$

$$= 0 - 0 + \frac{1}{m} Y Z - \frac{1}{m} Y Z - \frac{(a-r)}{r} (-YZ + YZ)$$

$$= 0 + \frac{(a-r)}{r} (0) = 0$$

المطلوب يتحقق $\leftarrow C_x$ تكامل أدلي ...

2. $\{C_y, C_z\}$: حيث $C_y = Zx - xZ$ و $C_z = xY - Yx$ [2]

$$\{C_y, C_z\} = \frac{\partial C_y}{\partial x} \cdot \frac{\partial C_z}{\partial x} - \frac{\partial C_y}{\partial x} \cdot \frac{\partial C_z}{\partial x} + \frac{\partial C_y}{\partial y} \cdot \frac{\partial C_z}{\partial y} - \frac{\partial C_y}{\partial y} \cdot \frac{\partial C_z}{\partial y} + \frac{\partial C_y}{\partial z} \cdot \frac{\partial C_z}{\partial z} - \frac{\partial C_y}{\partial z} \cdot \frac{\partial C_z}{\partial z}$$

$$= (-Z)(Y) - (-Z)(Y) + (0)(0) - (0)(0) + (Z)(Z) - (Z)(Z) = 0$$

by: hab al-awad

نذرة كاذبة ٨

حل السؤال الأول :

1] لثلاث أولاد عدد أبعاد قاعدة هذا الفضاء ديفين بالدستور : $\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$ لنفرض $n=4$ $\Rightarrow \frac{4(3)(2)}{3 \times 2 \times 1} = 4$

متكونة القاعدة : $\{(e_1 \wedge e_2 \wedge e_3), (e_1 \wedge e_2 \wedge e_4), (e_1 \wedge e_3 \wedge e_4), (e_2 \wedge e_3 \wedge e_4)\}$

2] قبل الحساب علينا تحديد M من جداء تانلي الى ⑦ وذلك اعتماداً على الدستور :

$$M_1 \wedge M_2 = M_1 \otimes M_2 - M_2 \otimes M_1$$

دعنا نجد :

$$e_1 \wedge e_2 \wedge e_3 = e_1 \otimes e_2 \otimes e_3 + e_2 \otimes e_3 \otimes e_1 + e_3 \otimes e_1 \otimes e_2 - e_3 \otimes e_2 \otimes e_1 - e_2 \otimes e_1 \otimes e_3 - e_1 \otimes e_3 \otimes e_2$$

هذا يمكن التبديل فترتيب e_1, e_2, e_3 في ترتيب
هذا يمكن التبديل فترتيب e_1, e_2, e_3 في ترتيب

الآن :

$$\begin{aligned} M_1 \wedge M_2 (e_1 - e_2, e_3, e_4) &= e_1 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 + e_2 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 + e_3 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 \\ &\quad + e_4 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 - e_2 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 - e_3 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 \\ &\quad - e_4 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 - e_1 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 - e_2 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 \\ &\quad - e_3 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 - e_4 \otimes (e_1 - e_2) \otimes e_3 \otimes e_4 \end{aligned}$$

$$= 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + (-1)(1)(1) = -1$$

3] عدد أبعاد الفضاء E^4 يعطى بالدستور : $\frac{n(n+1)}{2!}$ لنفرض $n=4$ متكونة

$$\frac{4(4+1)}{2 \times 1} = 10$$

عدد الأبعاد = 10

4] بنفس الطريقة، لطلب ⑤ نزل $e_1 \wedge e_2$ حسب الدستور : $M_1 \wedge M_2 = M_1 \otimes M_2 - M_2 \otimes M_1$

$$\Rightarrow e_1 \wedge e_2 = e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1$$

$$e_1 \wedge e_2 (e_2, e_1) = (e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1) (e_2, e_1) = e_1 \otimes e_2 (e_2, e_1) - e_2 \otimes e_1 (e_2, e_1)$$

$$= 0 + 0 + 1 + 1 = 2$$

على المستوى الثاني :

[1] : $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \vec{R} + z\vec{k}$: \vec{R} : المتجه المماس للمستوى الدائري

$$\Rightarrow d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} = d\vec{R} + dz\vec{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

لحساب T : نأخذ في اعتبارنا أن كل من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة :

$T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$: تتغير بالسرعة :

$$= \frac{1}{2} (1) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$$

$$T = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \leftarrow$$

$U = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r}$: الطاقة الكامنة : $\vec{F} = -\text{grad } U$: تغير بالارتفاع

$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -\text{grad } U \cdot d\vec{r}$: نضرب الطرفين : $d\vec{r} = d\vec{R} + dz\vec{k}$

$$\Rightarrow \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dU$$

$$\Rightarrow -dU = \left[\frac{-\vec{R}}{R^3} + z\vec{k} \right] \cdot [d\vec{R} + dz\vec{k}]$$

$$= \frac{-\vec{R} \cdot d\vec{R}}{R^3} + z dz = \frac{1}{R^2} \frac{dR}{R} + z dz$$

$$= \frac{-dR}{R^2} + z dz$$

$$\Rightarrow -dU = d\left(\frac{1}{R}\right) + z dz = d\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2} z^2\right)$$

$$U = -\frac{1}{R} - \frac{1}{2} z^2$$

$h = T - U$: دالة هاملتون :

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \left(-\frac{1}{R} - \frac{1}{2} z^2\right)$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{R} + \frac{1}{2} z^2$$

$$\left. \begin{aligned} p_1 = x, \quad q_1 = \dot{x} \\ p_2 = y, \quad q_2 = \dot{y} \\ p_3 = z, \quad q_3 = \dot{z} \end{aligned} \right\}$$

$$X = \frac{\partial h}{\partial \dot{x}} = \dot{x}$$

$$Y = \frac{\partial h}{\partial \dot{y}} = \dot{y}$$

$$\left. \begin{aligned} X &= \dot{x} \\ Y &= \dot{y} \\ Z &= \dot{z} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

هـ تحويل لوجند : نم شكل

[5] هاملتونيان البيضا بالاستور $H = \sum_{i=1}^3 (p_i \dot{q}_i - L) \circ \mathcal{L}(p, q)$

$$= (X \cdot \dot{x} + Y \cdot \dot{y} + Z \cdot \dot{z} - L) \circ \mathcal{L}(x, y, z, X, Y, Z)$$

$$= X \cdot X + Y \cdot Y + Z \cdot Z - \left[\frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{1}{R} + \frac{Z^2}{2} \right]$$

$$= X^2 + Y^2 + Z^2 - \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{2}Z^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{2}Z^2$$

• معادلات هاملتونية الأولى:

$$k=1,2,3 \quad \dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k} \quad \dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial X} = X \Rightarrow \dot{x} = X \quad \text{--- (1)}$$

$$\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial Y} = Y \Rightarrow \dot{y} = Y \quad \text{--- (2)}$$

$$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial Z} = Z \Rightarrow \dot{z} = Z \quad \text{--- (3)}$$

$$\dot{X} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{x}{R^3} \Rightarrow \dot{X} = -\frac{x}{R^3} \quad \text{--- (4)}$$

$$\dot{Y} = -\frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{y}{R^3} \Rightarrow \dot{Y} = -\frac{y}{R^3} \quad \text{--- (5)}$$

$$\dot{Z} = -\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{z}{R^3} \Rightarrow \dot{Z} = -\frac{z}{R^3} \quad \text{--- (6)}$$

[7] النتيجة: $H_1 = \frac{1}{2}(X^2 + Y^2) - \frac{1}{R}$ هو تكامل أولي.

وهو يكون H_1 هو تكامل أولي، يجب أن يحقق الشرط $\{H_1, H\} = 0$

$$\begin{aligned} \{H_1, H\} &= \frac{\partial H_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial H}{\partial X} - \frac{\partial H_1}{\partial X} \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H_1}{\partial y} \cdot \frac{\partial H}{\partial Y} - \frac{\partial H_1}{\partial Y} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \\ &\quad + \frac{\partial H_1}{\partial z} \cdot \frac{\partial H}{\partial Z} - \frac{\partial H_1}{\partial Z} \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \end{aligned}$$

$$= \frac{x}{R^3} \cdot X - X \cdot \frac{x}{R^3} + \frac{y}{R^3} \cdot Y - Y \cdot \frac{y}{R^3} + 0 \cdot (Z) - (0) \cdot (-Z)$$

$$= 0$$

إذاً H_1 هو تكامل أولي.

در این مرحله داریم:

$$H_1 - H_2 = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{2}z^2 - \left(\frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{R}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{R} - \frac{1}{2}z^2 - \left(\frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{R}\right)$$

$$= \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{2}z^2 = H_2$$

و به این نتیجه می‌رسیم که H_1 و H_2 در یک سطح انرژی قرار دارند و بنابراین هم‌تکامل‌پذیرند.
اگر فرض کنیم H_2 در یک سطح انرژی قرار دارد و بنویسیم:

$$\{H_1, H_2\} = \{H_1, H_1\} = \{H_1, H_1\} - \{H_1, H_1\} = 0 - 0 = 0$$

$\Rightarrow H_2$ هم‌تکامل‌پذیر است

بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که H_1 و H_2 هم‌تکامل‌پذیرند و بنویسیم:

$$\{H_1, H_2\} = 0 \Rightarrow$$

$$\{H_1, H_2\} = \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_2}{\partial y} + \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z} - \frac{\partial H_2}{\partial x} \frac{\partial H_1}{\partial x} - \frac{\partial H_2}{\partial y} \frac{\partial H_1}{\partial y} - \frac{\partial H_2}{\partial z} \frac{\partial H_1}{\partial z}$$

$$= \frac{1}{R_1}(0) - x(0) + \frac{1}{R_2}(0) - y(0) + (0)z - (0)(z) = 0$$

$$\Rightarrow \{H_1, H_2\} = 0$$

$\Rightarrow H_1$ و H_2 هم‌تکامل‌پذیرند.

در این مرحله داریم:

- | | |
|-----------|-----------|
| ۱- معادله | ۱- معادله |
| ۲- معادله | ۲- معادله |
| ۳- معادله | ۳- معادله |
| ۴- معادله | ۴- معادله |

دورة الزمان ٠.٨

قال الأستاذ الزورلي:

[1] أولاً علينا معرفة عدد أبعاد فضاء قاعدة هذا الفضاء من المستوى

$$\frac{n(n+1)}{2} \quad \text{في حالة } n=2 \Rightarrow \frac{2(2+1)}{2} = 3$$

$\{ (e_1^+ e_1^+), (e_1^+ e_2^+), (e_2^+ e_2^+) \} \in E^2 E$

[2] عدد أبعاد الفضاء $E^2 E$ في مستوى المستوى

$$\frac{n(n-1)}{2} \quad \text{لدينا } n=2 \Rightarrow \frac{2(2-1)}{2} = 1$$

[3] لدينا الجواب لنقله

$$(e_1^+ + 2e_2^+) \cdot e_1^+ \wedge e_2^+$$

علينا أولاً تحويله المعادلة $e_1^+ \wedge e_2^+$ اعتماداً على دستور التفاضل:

$$e_1^+ \wedge e_2^+ = e_1^+ \otimes e_2^+ - e_2^+ \otimes e_1^+$$

$$\begin{aligned} 0 & (e_1^+ + 2e_2^+) \cdot e_1^+ \wedge e_2^+ = (e_1^+ + 2e_2^+) (e_1^+ \otimes e_2^+ - e_2^+ \otimes e_1^+) \\ & = e_1^+ e_1^+ \otimes e_2^+ - e_1^+ e_2^+ \otimes e_1^+ + 2e_2^+ e_1^+ \otimes e_2^+ - 2e_2^+ e_2^+ \otimes e_1^+ \\ & = e_1^+ - 2e_1^+ \end{aligned}$$

[4] الفضاء $E^2 E$ هو الفضاء الصفري

ملاحظة من هادي:

عدد الفضاء $n = |E|$

$$\frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)}{m!} = \frac{n!}{m!} \quad \text{كما أنه بعد } E^m$$

أثبت: في حالة $n < m$ هو الفضاء الصفري

$$\left\{ \begin{array}{l} n < m \\ n = m \end{array} \right.$$

في حالتنا $n=2$ أي $m=3$ أي $n < m$ هو الفضاء الصفري

ولذلك أبعاده

$$0 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \frac{2(2-1)(2-2)}{3!}$$

Soheib
aswad

السرعة الزاوية : $\vec{\omega} = \frac{\vec{v}}{r} = \frac{\vec{v}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

1) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$: الموقع للقطعة المادية : المسار : المسار : المسار

• حساب الطاقة الحركية : $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$: $m=1$

$\Rightarrow T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

• حساب الطاقة الكامنة : نثبت منه دالة : $\text{grad } V = -\vec{F} \Rightarrow \frac{dV}{dr} = -\vec{F}$

$dV = -\vec{F} \cdot d\vec{r} \Leftarrow$ نضرب الطرفين بـ dr

$= \left(\frac{\vec{r}}{r} + \vec{r} \right) dr$

$= \frac{\vec{r}}{r} dr + \vec{r} dr$

$= \frac{\vec{r}}{r} dr (1+r)$

$\Rightarrow dV = (1+r) dr \Rightarrow V = \frac{1}{2} (1+r)^2$

$W = T - V$: نأخذ الفرق بينهما

$\Rightarrow W = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (1+r)^2$; $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

• تحويل لاجرانج

$X = \frac{\partial L}{\partial x} = x$

$Y = \frac{\partial L}{\partial y} = y$

$Z = \frac{\partial L}{\partial z} = z$

$\Leftarrow q_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{p}_i}$: من العلاقة

$q_1 = X, p_1 = \dot{x}$

$q_2 = Y, p_2 = \dot{y}$

$q_3 = Z, p_3 = \dot{z}$

2) $H = \left(\sum_{i=1}^3 q_i p_i - L \right) \circ \mathcal{U}(p, q)$: هاميلتونيان

$= [X \cdot x + Y \cdot y + Z \cdot z - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2] \circ \mathcal{U}(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$

$= X \cdot x + Y \cdot y + Z \cdot z - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2$

$= (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2$

معادلات هاملتون : العلاقات
 $P_x = \frac{\partial H}{\partial q_x}$ $q_x = \frac{\partial H}{\partial P_x}$

$$x = \frac{\partial H}{\partial x} = X \Rightarrow x - X = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$y = \frac{\partial H}{\partial y} = Y \Rightarrow y - Y = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$z = \frac{\partial H}{\partial z} = Z \Rightarrow z - Z = 0 \quad \text{--- (3)}$$

$$X = \frac{\partial H}{\partial x} = x \left(\frac{1+r}{r} \right) \Rightarrow X' - x \left(\frac{1+r}{r} \right) = 0 \quad \text{--- (4)}$$

$$Y = \frac{\partial H}{\partial y} = y \left(\frac{1+r}{r} \right) \Rightarrow Y' - y \left(\frac{1+r}{r} \right) = 0 \quad \text{--- (5)}$$

$$Z = \frac{\partial H}{\partial z} = z \left(\frac{1+r}{r} \right) \Rightarrow Z' - z \left(\frac{1+r}{r} \right) = 0 \quad \text{--- (6)}$$

معادلة الحركة F تكامل أدلي يجب تحقق شرط :

$$\{H, F\} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial F}{\partial z}$$

$$= X(Y-Z) - \left(-x \left(\frac{1+r}{r}\right)\right)(-y+Z) + Y(Z-X) - \left(-y \left(\frac{1+r}{r}\right)\right)(x-Z) + Z(X-Y) - \left(-z \left(\frac{1+r}{r}\right)\right)(-x+Y)$$

$$= XY - xZ + yZ - xY + xZ - yZ$$

$$- \left(\frac{1+r}{r}\right) [-xY + xZ + xY - yZ - xZ + yZ]$$

$$= 0 - 0 + 0 - \left(\frac{1+r}{r}\right) [0 + 0] = 0$$

من شرط حفظ F تكامل أدلي

next
 التالي → انتسابه يكون

§ حساب انتگرال بواسون $\{F, r^n\}$: $n=1, 2, \dots$

• ابتدا $n=1$ بکنیم: $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$$\{F, r\} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} - \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r}{\partial z} - \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r}{\partial z}$$

$$= \cancel{(y+z)}(0) - \cancel{(y+z)}\left(\frac{x}{r}\right) + \cancel{(z-x)}\left(\frac{y}{r}\right) - \cancel{(x-z)}\left(\frac{y}{r}\right) + \cancel{(x-y)}(0) - \cancel{(x-y)}\left(\frac{z}{r}\right)$$

$$= 0 + 0 + \frac{1}{r} [xy + xz - xz + yz + xz - xz] = 0$$

• $\{F, r\} = 0$ • ابتدا $n=1$ بکنیم

• ابتدا $n=2$ بکنیم: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$$\{F, r^2\} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial y} - \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial z} - \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial z}$$

$$= \cancel{(y-z)}(0) - \cancel{(y-z)}(2x) + \cancel{(z-x)}(0) - \cancel{(x-z)}(2y) + \cancel{(x-y)}(0) - \cancel{(x-y)}(2z)$$

$$= +2xy - 2xz - 2xy + 2yz + 2xz - 2yz$$

$$= 0$$

• درستوار بکنیم:

• انتگرال بواسون $\{F, r^n\} = 0$: $n=1, 2, \dots$

سواله اول

معمولاً

۱-۲

۲-۳

۳-۴

۴-۵

(دورين)

١٨

الاسم: سيد هلال

المحاذيرك التعليمي

جامعة البعث

الرقم:

سنة رابعة

كلية العلوم

طالبون ٠٧

قسم الرياضيات

X

الموالم الأول: $20 = 5 \times 4$ ليكن الفضاء الشعاعي E المزود بالقاعدة $\Omega = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ وليكن قاعدتها الثورية $\Omega^* = (\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*)$ لى الفضاء E^* ليكن ايضا الموتران (الشتران) $\mu = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3$ $\nu = \vec{e}_1^* \otimes \vec{e}_2^* + \vec{e}_1^* \otimes \vec{e}_3^*$ المطلوب:١. احسب ناتج الجداء التكرسي $\alpha = \mu \cdot \nu$ (كلص المركبة الثانية من μ مع الاولى من ν)٢. احسب ناتج الجداء التكرسي $\beta = \nu \cdot \mu$ (كلص المركبة الثانية من ν مع الاولى من μ)٣. هل العلاقة $\alpha = \beta$ صحيحة٤. اعطى قاعدة للفضاء $E \wedge E \wedge E$.الموالم الثاني: $40 = 10 \times 4$ تتحرك نقطة مادية ذات كتلة واحدة في مستو مزود بالجملة المتعامدة النظامية Oxy خاضعة لحقل القوى $\vec{F} = -(y\vec{i} + x\vec{j})$ المطلوب:١. اكتب تابع لاغرانج L وعبارة المتحولات X, Y المرافقة على الترتيب للمتحولات x, y بدلالةالمتحولات x, y, \dot{x}, \dot{y} ٢. اعطى H هاميلتوني المسألة واكتب معادلات هاميلتون الاربعة٣. بين كون أو عدم كون الدالة $X^2 + Y^2 + XY$ تكاملا اوليا لمسائلنا٤. اوجد التحويل القانوني المولد بالدالة $G = \frac{\sqrt{2}}{2} [x(X_1 - Y_1) + y(X_1 + Y_1)]$ ولفق العلاقة $Xdx + Ydy + x_1dX_1 + y_1dY_1 = dG(x, y, X_1, Y_1)$

٥. ٤

الموالم الثالث: $20 = 5 \times 4$

اجب بكلمة صح، أو بكلمة خطأ فقط عن كل مما يلي

١. إذا كانت الدالة G تكاملا اوليا، بالنسبة لمسألة هاميلتونيا H ، كان $G + H$ تكاملا اوليا، صح

٢. قانون نيوتن يكفي وحده لحل مسائل مجموعات النقط العادية المقيدة،

٣. إذا كانت الدالة H ، تكاملا اوليا بالنسبة لمسألة هاميلتونيا H ، كانت الدالتان H و H^2 متعارضتان، صح

٤. التحويل القانوني يحافظ على الشكل التبايني (ثنائي الخطية)، وتابع هملتون.

الحضور حالة العياد

مع الطلبة المتعلمين بالدجاج والوقوف

٥. ٤

فصل أدرك

٢٠٠٧

شرك

الأسئلة الأدرك :

$$\alpha = \mu \cdot \nu = (\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3) \cdot (\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3) =$$

$$= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3$$

$$= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3$$

$$= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 = 0$$

$$\beta = \nu \cdot \mu = 0$$

تطبيق الكبريت بين قوسين هو شرح لعملية التقليل
 السلافة $\alpha = \beta$ لكننا لم نكن نعلم ذلك
 السلافة $\alpha = \beta$ لكننا لم نكن نعلم ذلك
 السلافة $\alpha = \beta$ لكننا لم نكن نعلم ذلك

مسألة الأدرك تترك في مستوي ثنائي كما في (x, y) تنظر
 $\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ $\vec{r}' = x'\vec{e}_1 + y'\vec{e}_2$
 $\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ $\vec{r}' = x'\vec{e}_1 + y'\vec{e}_2$

$$L = T - V$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 = \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2)$$

$$\vec{F} = -\nabla V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -(y\vec{e}_1 + x\vec{e}_2) = -(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_2) \Rightarrow y\vec{e}_1 + x\vec{e}_2 = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_2$$

$$\Rightarrow y dx + x dy = dV \Rightarrow$$

$$V = x \cdot y$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2) - x \cdot y$$

$$q_1 = x, q_2 = y, p_1 = x', p_2 = y'$$

$$X = \frac{\partial L}{\partial x} = x, Y = \frac{\partial L}{\partial y} = y$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_1} = q_1$$

نقطة

$$\mu = \mu = \mu$$

$$\beta \in E \otimes E$$

$$\alpha \in E \otimes E$$

تطبيق الكيريل بين فضاءين متجهين

$$\alpha = \beta$$

العلاقة

التي هي كل شدة في هذا المجال

$$E \otimes E \otimes E \otimes E$$

السؤال الثاني

فلاش

مات نقطة الدرية ترك في مستوي

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$L = T - V$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 = \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2)$$

$$\vec{F} = -\nabla V \Rightarrow$$

$$-(y\vec{i} + x\vec{j}) = -(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}) \Rightarrow y\vec{i} + x\vec{j} = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}$$

$$\Rightarrow y dx + x dy = dV \Rightarrow d(xy) = dV$$

$$V = xy$$

$$L = \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2) - xy$$

$$q_1 = x, q_2 = y, p_1 = x', p_2 = y'$$

$$X = \frac{\partial L}{\partial x'} = x', Y = \frac{\partial L}{\partial y'} = y'$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_i} = q_i$$

$$H = \left(\sum_{i=1}^2 \dot{p}_i \dot{q}_i - L \right) \circ \phi(x, y, X, Y)$$

$$H = (\dot{p}_1 \dot{q}_1 + \dot{p}_2 \dot{q}_2 - L) \circ \phi(x, y, X, Y)$$

$$H = \left[\dot{x}X + \dot{y}Y - \left(\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - xy \right) \right] \circ \phi$$

نزل
نزل
نزل

$$= \dot{x}X^2 + \dot{y}Y^2 - \frac{1}{2}(X^2 + Y^2) + xy$$

$$H = \frac{1}{2}(X^2 + Y^2) + xy$$

$$\left[\dot{p}_i = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_i} \right], \left[\dot{q}_i = -\frac{\partial H}{\partial \dot{p}_i} \right] (i=1, 2)$$

$$\begin{aligned} i=1 \Rightarrow \dot{p}_1 &= \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_1} \Rightarrow x' = \frac{\partial H}{\partial X} = X \Rightarrow X = x' \\ i=2 \Rightarrow \dot{p}_2 &= \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_2} \Rightarrow y' = \frac{\partial H}{\partial Y} = Y \Rightarrow Y = y' \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} i=1 \Rightarrow \dot{q}_1 &= -\frac{\partial H}{\partial \dot{p}_1} \Rightarrow X' = -\frac{\partial H}{\partial X} = -Y \Rightarrow X' + Y = 0 \\ i=2 \Rightarrow \dot{q}_2 &= -\frac{\partial H}{\partial \dot{p}_2} \Rightarrow Y' = -\frac{\partial H}{\partial Y} = -X \Rightarrow Y' + X = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\{H, F\} = 0$$

$$\{H, F\} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial X} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial Y} - \frac{\partial H}{\partial X} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial Y} \frac{\partial F}{\partial y}$$

$$= y \cdot y' + x \cdot X - X \cdot x - Y \cdot y = 0$$

$$G = \frac{\sqrt{2}}{2} [x(X-Y) + Y(X+Y)]$$

$$X dx + Y dy + x dX + y dY = dG(x, y, X, Y) =$$

الطاقة

$$\begin{aligned} &= \frac{\partial G}{\partial x} dx + \frac{\partial G}{\partial y} dy + \frac{\partial G}{\partial X} dX + \frac{\partial G}{\partial Y} dY \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (X-Y) dx + \frac{\sqrt{2}}{2} (X+Y) dy + \frac{\sqrt{2}}{2} (y-x) dX \\ &\quad + \frac{\sqrt{2}}{2} (y-x) dY \end{aligned}$$

٣-١

تطابق جبراً

$$X = \frac{\sqrt{2}}{2} (X_1 - Y_1) \quad (1)$$

$$Y = \frac{\sqrt{2}}{2} (X_1 + Y_1) \quad (2)$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (x + y) \quad (3)$$

$$y_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (y - x) \quad (4)$$

المتحول
القانون
المطابق

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} (x_1 + y_1) \quad (5)$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} (x_1 - y_1) \quad (6)$$

x, y, x_1, y_1

١ (٢) و (٣) و (٤) صراحيات القانون في المطالب

ملاحظة: أريد التأكد من ذلك هذا الطلب من قبل الدكتور

السؤال الثالث:

$$\{G+H, 11\} = \{G, H\} + \{H, 11\} = \{G, H\} \quad (1)$$

أو كذا لا تفرق

خطأ

(٣) ص ١٢٢ ف نلاحظ أنه بين الشرط التالي تمتد :- $\{H, F\}$

وتمتد هذا الشرط بين أن الـ F, H متساويتان

(٤) خطأ لأنه لا يحافظ على كساح هالوتور

مع الحايض القديسات والبرائع والنفوسه
 ١-١ سلام اول
 $\{H, H\} = 0$ المستقر خالد الصفاة

١٨ (مسألة ٢ من الامتحان)

حل السؤال الأول :
[أ] لدينا :

$$\begin{aligned} \alpha &= p_1 \otimes e_2 \\ \alpha \vee &= e_1 \otimes p_1 - e_2 \otimes p_1 \\ \Rightarrow \alpha \wedge \alpha \vee &= (p_1 \otimes e_1) (e_1 \otimes p_1 - e_2 \otimes p_1) \\ &= p_1 \otimes \underbrace{e_1 \cdot e_1}_{=0} \otimes p_1 - p_1 \otimes \underbrace{e_1 \cdot p_1}_{=1} \otimes p_2 \\ &\Rightarrow \boxed{\alpha = -p_1 \otimes p_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= p_2^* \cdot \alpha \\ &= p_2^* \cdot (-p_1 \otimes p_1) = -\underbrace{p_2^* \cdot p_1}_{=0} \otimes p_2 = 0 \\ &\Rightarrow \boxed{\beta = 0} \end{aligned}$$

[٢] من المسألة السابقة : $\beta = p_2^* \cdot (-p_1 \otimes p_1)$
 $\Rightarrow \beta \in -p_2^* \cdot p_1 \otimes p_1$
 $\beta \in F^* \cdot F \otimes F = F$
 $\Rightarrow \boxed{\beta \in \bar{F}}$

[٣] انه عدد انبعاث هذه المقاسة : $\gamma = c \times x = c \times z$
 $F \otimes E^* \leftarrow \left\{ p_i \otimes e_j^* \mid \begin{matrix} i=1,2,3 \\ j=1,2 \end{matrix} \right\}$

حل السؤال الثاني :

[١] متجه الموضع للنقطة المادية (n-1) : $\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$

حساب تايغر لانجرام بلزسا :

الطاقة الحركية : $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 \Leftrightarrow T = \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2 + z'^2)$

الطاقة الكامنة : نبدأ من دالة ψ بحيث $\nabla \psi = -\vec{F}$

$$\frac{d\psi}{d\vec{r}} = -\vec{F} \Rightarrow d\psi = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= -r \vec{r} \cdot d\vec{r}$$

$$= -r^2 \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{r}$$

$$v = -\frac{1}{3} r^3$$

$$\Rightarrow d\psi = -r^2 \cdot dr$$

0 دالة لاغرانج : $L = T - V$

$\Rightarrow L = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{3}r^3$; $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

0 تحويل إلى الإحداثيات

$q_1 = x$
 $q_2 = y$
 $q_3 = z$

$p_1 = \dot{x}$
 $p_2 = \dot{y}$
 $p_3 = \dot{z}$

$\Rightarrow q_i = \frac{\partial L}{\partial p_i}$

معادلات المستوي

$\Rightarrow \left. \begin{aligned} x &= \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \dot{x} \\ y &= \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \dot{y} \\ z &= \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \dot{z} \end{aligned} \right\}$

$H = \left(\sum_{i=1}^3 q_i p_i - L \right) \circ \mathcal{L}(p, q)$: هاميلتونيان المسألة

$\Rightarrow H = \left[x \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y} + z \cdot \dot{z} - \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{3}r^3 \right] \circ \mathcal{L}(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$

$= (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{3}r^3$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{3}r^3$

0 معادلات هاميلتونية

نقطة : $\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$; $\dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$: معادلات هاملتون

$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = \dot{x} \Rightarrow \dot{x} - \dot{x} = 0$ --- (1)

$\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial \dot{y}} = \dot{y} \Rightarrow \dot{y} - \dot{y} = 0$ --- (2)

$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial \dot{z}} = \dot{z} \Rightarrow \dot{z} - \dot{z} = 0$ --- (3)

$\dot{x} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -x r^2 \Rightarrow \dot{x} - x r^2 = 0$ --- (4)

$\dot{y} = -\frac{\partial H}{\partial y} = -y r^2 \Rightarrow \dot{y} - y r^2 = 0$ --- (5)

$\dot{z} = -\frac{\partial H}{\partial z} = -z r^2 \Rightarrow \dot{z} - z r^2 = 0$ --- (6)

معادلات هاميلتونية مستقلة

$-\frac{\partial H}{\partial r} = \left(\frac{1}{3} r^3 \right)' = \left[\frac{1}{3} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)^{3/2} \right]'$
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)^{1/2} \cdot (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = x r^2$

0 توضيح من (4) إلى (6)

Schub

[٤] متى تكون الدالة F تكامل أدلي يجب أن يتحقق الشرط : $\{H, F\} = 0$

$$\begin{aligned}\{H, F\} &= \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial y} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial t} \cdot \frac{\partial F}{\partial t} \\ &= \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial y} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial t} \cdot \frac{\partial F}{\partial t} \\ &= (x)(y) - (-x^2)(-y) + (y)(-x) - (-y^2)(x) \\ &\quad + (z)(0) - (-z^2)(0) \\ &= xy - xy - x^2y + xy - y^2x + 0 - 0 = 0\end{aligned}$$

الشرط متحقق \Rightarrow الدالة F تكامل أدلي مستطناً

[٥] متى تكون التكاملية الأولية متساوية يجب أن يتحقق الشرط : $\{G_1, G_2\} = 0$

$$\begin{aligned}\{G_1, G_2\} &= \frac{\partial G_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial x} - \frac{\partial G_1}{\partial y} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial y} + \frac{\partial G_1}{\partial z} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial z} - \frac{\partial G_1}{\partial t} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial t} \\ &= \frac{\partial G_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial x} - \frac{\partial G_1}{\partial y} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial y} + \frac{\partial G_1}{\partial z} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial z} - \frac{\partial G_1}{\partial t} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial t} \\ &= (z)(0) - (-z)(0) + (0)(1) - (0)(0) + (-x)(-y) - (x)(y) \\ &= 0 - 0 + 0 + xy - yx = xy - yx = 0\end{aligned}$$

إذ $\{G_1, G_2\} = 0 \neq F$ \Rightarrow غير متساوية

[٥] متى يكون

هذا السؤال الثالث :

١. خطأ

٢. صحيح

٣. صحيح

٤. خطأ

وليس لموفق
أدري
لما

السؤال الأول : $20 = 5 \times 4$

1. احسب α ، ناتج تقلص المركبة الأولى مع الثانية على عبارة μ :

3. احسب β ، ثبات التناثر، و σ ، عناصر المصفوفة الثابتة σ .

3. احسب β ، نأخذ تقليب المركبة الأولى مع الثانية لي عبارة $1/\alpha$ الجديدة.

4. على تباري أو اختلاف المتارين α و β .

السؤال الثاني : $40 = 10 \times 4$

تتحرك نقطة مادية، ذات كتلة واحدة، في جملة متعامدة ثلاثية Oxy ، خاضعة للحقل القوى

المطلوب : $\vec{r} = -\frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{x^2 + y^2 + z^2}$

1. اكتب نابع لاخراج L ، وعبارة المتحولات X, Y, Z الموافقة على الترتيب المتحولات x, y, z بدلالة المتحولات x, y, z, x', y', z' .

2. أعطى H ، فاملقوني المعادلة ، واكتب معادلات فاملقوني المعادلة ،

3. احسب $L_{\frac{H_1}{Z_1 H_1}}$ مشتق لي للدالة $H_1 = yZ - zY$ وفق حالة الدالة H .

4. ليكن التماثلين الأوليين $H_1 = xY - yX$, $H_2 = zX - xZ$. احسب المتبادلات (H_1, H_2) بدلالة (H_1, H_2) , (H_2, H_3) .

السؤال الثالث : $20 = 5 \times 4$

اجب بکلمه صحیح، از بکلمه خطا فقط من کلمه معادل را

1. إذا لم يظهر أحد المتحولات في تابع هاملتون كان متحول هيراق لكار لا رايانا.
2. معادلات هاملتون ذات الأتبة الأولى.

2. معادلات مثلثون ذات الزاوية الأولى هي تكاملات لمعادلات لاغرانج، ذات الزاوية الثانية،
3. تكون الدالة F ، تكامل أوليا لحقل الزاوية الأولى.

3. تكون الدالة f تكاملاً أولياً لبعث الدالة H ، إذا وقط إذا كانت الدالة H ، تكاملاً أولياً لبعث الدالة f .

4. إذا كان عدد أبعاد الفضاء المتجهي E هو n ، كان عدد أبعاد الفضاء $E \wedge E$ هو $\frac{n(n-1)}{2}$.

مع الحبيب الصليبيات بالبحار والتوابع

الحسن بن خالد الفهري

حللي

دورة حيزان

حل السؤال الأول

$$M = e_1 \otimes e_1^* + 2e_1 \otimes e_2^* - 2e_2 \otimes e_2^* + e_3 \otimes e_3^*$$

$$\Rightarrow \alpha = 1 \cdot 2(1) - 2(1+1) = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 0}$$

$$\Rightarrow \{f_1 = -e_1 + e_2 + e_3, f_2 = e_2, f_3 = e_3\}$$

$$\bar{f}_i = A \cdot \bar{e}_i \quad i=1,2,3 \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

من المطلوب هو كتابة عناصر M بدلالة عناصر القاعد f_i ونظام القاعد f_i هو:

$$\bullet f_i = A_{ij} e_j \Rightarrow e_i = A^{-1} f_i$$

$$\bullet A^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A} \quad \tilde{A} \text{ : عناصره هي عناصر } A \text{ مقلوبين}$$

$$\bullet |A| = -1 \quad A_{ij} = A_{ji} \quad A_{11} = -1 \quad A_{12} = 0 \quad A_{13} = 0$$

$$A_{21} = 0 \quad A_{22} = 0 \quad A_{23} = 1$$

$$A_{31} = 2 \quad A_{32} = -1 \quad A_{33} = -1$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} e_1 = -f_1 - f_2 + 2f_3 \\ e_2 = f_3 \\ e_3 = -f_2 + f_3 \end{cases}$$

نكتب عناصر M بدلالة f_i فنحصل:

$$B = (C^T)^{-1}$$

$$B = (C^T)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} e_1^* \\ e_2^* \\ e_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1^* \\ f_2^* \\ f_3^* \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} e_1^* = -f_1^* \\ e_2^* = f_1^* + f_2^* + f_3^* \\ e_3^* = f_1^* - f_2^* \end{cases}$$

٧ | β على صورة α الجديدة :

$$M = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1^* + 2e_1 \otimes e_2^* - 2e_2 \otimes e_1^* + e_1 \otimes e_3^*$$

أولاً لنكتب المصفوفة بالتركيبة الجديدة :

$$0 \otimes e_1 \otimes e_2^* = [-f_1 + f_2 + 2f_3] \otimes [-f_1^*] = f_1 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_1^* - 2f_3 \otimes f_1^*$$

$$1 \otimes -2e_2 \otimes e_1^* = [-2f_3 \otimes (f_1^* + f_2^* + f_3^*)] = -2f_3 \otimes f_1^* - 2f_3 \otimes f_2^* - 2f_3 \otimes f_3^*$$

$$2 \otimes e_1 \otimes e_1^* = [(f_2 + f_3) \otimes (f_1^* - f_2^*)] = f_2 \otimes f_1^* + f_3 \otimes f_1^* - f_2 \otimes f_2^* - f_3 \otimes f_2^*$$

وبالاستفادة من $e_1 \otimes e_2^*$ في $2e_1 \otimes e_2^*$

$$\begin{aligned} 3 \otimes e_1 \otimes e_2^* + 2e_1 \otimes e_2^* &= e_1 \otimes (e_2^* + 2e_2^*) \\ &= f_1 \otimes f_1^* - 2f_1 \otimes f_2^* - 2f_1 \otimes f_3^* - f_2 \otimes f_1^* - 2f_2 \otimes f_2^* \\ &\quad - 2f_2 \otimes f_3^* + 2f_3 \otimes f_1^* + 4f_3 \otimes f_1^* + 4f_3 \otimes f_2^* \end{aligned}$$

الآن نكتب المصفوفة β على صورة α الجديدة :

$$\begin{aligned} \beta M &= -f_1 \otimes f_1^* - 2f_1 \otimes f_2^* - 2f_1 \otimes f_3^* - 2f_2 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_2^* - 2f_2 \otimes f_3^* \\ &\quad + f_3 \otimes f_1^* + f_3 \otimes f_2^* + 2f_3 \otimes f_3^* \end{aligned}$$

الآن لنكتب β بأغلبية المركبات الأولى، المركبة الثانية في عبارة α (المركبة الأولى) :

$$\Rightarrow \beta = -1 + 0 + 0 + 0 - 1 + 0 + 0 + 0 + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{\beta = 0}$$

٨ | $\alpha \neq \beta$ وذلك لأن :

$$\left. \begin{aligned} \alpha &\in E \otimes E^* \\ \beta &\in F \otimes F^* \end{aligned} \right\} \text{ أي أن لا يمكن اشتراكهما ...}$$

by :
t.suhel-adra@hotmail.com
Suhel

$$F = - \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$$

حل المسألة الثاني:

[1] نثبت أنه شعاع، ونضع للنقطة المادية (أكثر $m=1$):
 $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
 $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ شعاع، سرعة:

• دالة لاغرانج تعطى بالشكل $h = T - V$
 • حساب الطاقة الحركية: $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$
 $T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

• حساب الطاقة الكامنة: $V = -\frac{1}{r}$ حيث $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 $\text{grad } V = -\vec{F}$ حيث $\vec{F} = -\frac{\vec{r}}{r^3}$

$$\Rightarrow \text{grad } V = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{\vec{r}}{r^3} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r^2}$$

نضرب الطرفين بأقلية dr نجد:
 $dv = \frac{1}{r} dr$
 $v = \ln r$ بالكاملة:

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \ln r$$

• نحدد قيم لاغرانج: $q_k = \frac{\partial h}{\partial p_k}$

حيث $\begin{cases} p_1 = x & p_2 = y & p_3 = z \\ q_1 = x & q_2 = y & q_3 = z \end{cases}$
 $X - x = 0$
 $Y - y = 0$
 $Z - z = 0$

[2] هاميلتونيان H له الشكل:
 $H = \left(\sum_{k=1}^3 p_k q_k - h \right) = 0$
 $= (p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 - h) = 0$ حيث $(x, y, z) = (X, Y, Z)$
 $= (x^2 + y^2 + z^2) \cdot \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \ln r$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \ln r$$

• نحدد قيم هاميلتون:
 $\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$ ، $\dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$

① $x = \frac{\partial H}{\partial x} = X \Rightarrow \dot{x} = X$ $\left\{ \begin{array}{l} X = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{2x}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{x}{r^2} \end{array} \right.$ ②
 ② $y = \frac{\partial H}{\partial y} = Y \Rightarrow \dot{y} = Y$ $\left\{ \begin{array}{l} Y = \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{y}{r^2} \end{array} \right.$ ③
 ③ $z = \frac{\partial H}{\partial z} = Z \Rightarrow \dot{z} = Z$ $\left\{ \begin{array}{l} Z = \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{z}{r^2} \end{array} \right.$ ④

$$\begin{cases} H_1 = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) \\ H_2 = xz - y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \{H_1, H_1\} &= \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_1}{\partial x} + \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_1}{\partial y} + \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_1}{\partial z} \\ &= (0 \cdot 0) + (x \cdot 0 + 0 \cdot 2x) + (z - y^2) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \{H_1, H_1\} = 0$$

$$\begin{cases} H_2 = xz - y^2 \\ H_3 = xy - x^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \{H_1, H_2\} &= \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_2}{\partial y} + \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z} \\ &= (0 \cdot 0) + (x \cdot 0 + 0 \cdot 2x) + (z - y^2) = xz - y^2 = H_2 \end{aligned}$$

$$\{H_1, H_2\} = H_3$$

$$\begin{aligned} \{H_2, H_3\} &= \frac{\partial H_2}{\partial x} \frac{\partial H_3}{\partial x} + \frac{\partial H_2}{\partial y} \frac{\partial H_3}{\partial y} + \frac{\partial H_2}{\partial z} \frac{\partial H_3}{\partial z} \\ &= (1 \cdot 2x - 2y) + (0 \cdot 0) + (-x \cdot 0 + x \cdot 0) = 2x - 2y = H_1 \end{aligned}$$

$$\{H_2, H_3\} = H_1$$

$$\{H_3, H_1\} = H_2$$

مجموعه

مجموعه

- x = 1
- ✓
- ✓
- ✓

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات
المؤال الأول ، 20 = 5 × 4
المحاضر: الدكتور / محمد
الاسم : د. محمد / محمد
الترقيم :
مادة : رابعة
مادة : محاضرات 6

ليكن الفضاء الشعاعي E ، المزود بالقاعدة $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ ، $\Omega = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ ، ليكن \vec{v} المتجه (النقطة تشير) المتطلب :
 $\vec{v} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 \in E^*$ ، والمتجه $\mu = \vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2 + 5\vec{e}_2 \wedge \vec{e}_3$

- اكتب عبارة μ بدلالة القاعدة $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ ، $i, j, k = 1, 2, 3$ ، $\vec{e}_i \otimes \vec{e}_j \otimes \vec{e}_k$.
- احسب الجداء التليفي $\mu \cdot \vec{v}$ (تفسر المركبة الثانية من μ مع \vec{v}) .
- لنكن القاعدة $(\vec{f}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2, \vec{f}_2 = \vec{e}_2, \vec{f}_3 = \vec{e}_3 - \vec{e}_2)$ ، σ للفضاء E ، احسب عبارة μ بدلالة قاعدة الفضاء E ، الثانية $(\vec{f}_1 \wedge \vec{f}_2, \vec{f}_2 \wedge \vec{f}_3, \vec{f}_3 \wedge \vec{f}_1)$.
- احسب الجداء التليفي $\vec{f}_1 \cdot (\mu \otimes \vec{v})$.

المؤال الثاني ، 40 = 10 × 4
تتحرك نقطة مادية ، ذات كتلة واحدة ، في جولة متعامدة لنظامية $Oxyz$ ، غرضه لحقل القوى المركزي
 $\vec{F} = -(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$ ، المطلوب :
1. اوجد تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحولات $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ ، واكتب معادلات لاغرانج .
2. اكتب عبارة المتحولات X, Y, Z المرافقة على الترتيب للمتحولات x, y, z ، بدلالة المتحولات $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ (تحويل ليجنتر) .
3. اعطي هاميلتون المصالة ، واكتب معادلات هاميلتون الستة .
4. بين أن الدالة التالية $H = x^2 + X^2$ تكامل أولي .

المؤال الثالث ، 20 = 5 × 4
اجب بكلمة صح ، أو بكلمة خطأ لنقط عن كل مما يلي ،
1. يمكن تطبيق مبادئ التوازن لدراسة الحركات بإجراء تعديلات مناسبة في القوى .
2. معادلات هاملتون اثنى رتبة من معادلات لاغرانج ، ولها نفس العدد .
3. تكون الدالة F ، تكاملاً أولياً لحقل الدالة H ، إذا كان $(H, F) = (F, H)$.
4. إذا كان E فضاء متجهي منتهي البعد ، ملك الفضاء $E \otimes E^*$ فضاء تافلي جزئي منتهي البعد .

دوره كنهه ٦

عنه السهول الشول :

(١) نهجه رستور الباد القاشين : $M^{\wedge} M_2 = M_1 \otimes M_2 - M_2 \otimes M_1$ فيكونه

$$\begin{aligned} \circ M &= e_1^{\wedge} e_2 + 5e_1^{\wedge} e_3 \\ &= e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1 + 5e_2 \otimes e_3 - 5e_3 \otimes e_1 \\ \circ U &= e_2^* - e_1^* \end{aligned}$$

(٢) بتقليص المركبه الثانيه من ارجع في نه :

$$\begin{aligned} \circ M \cdot U &= (e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1 + 5e_2 \otimes e_3 - 5e_3 \otimes e_1) (e_2^* - e_1^*) \\ &= e_1 \otimes \underbrace{e_2^* e_2}_{1} - e_2 \otimes \underbrace{e_1^* e_1}_{1} + 5e_2 \otimes \underbrace{e_3^* e_2}_{0} - 5e_3 \otimes \underbrace{e_2^* e_2}_{1} \\ &\quad - e_1 \otimes \underbrace{e_2^* e_3}_{0} + e_2 \otimes \underbrace{e_1^* e_3}_{0} - 5e_2 \otimes \underbrace{e_3^* e_3}_{1} + 5e_1 \otimes \underbrace{e_2^* e_3}_{0} \\ &= e_1 - 5e_3 - 5e_2 \end{aligned}$$

(٣) نسب ارض غنار القاتنه $E^{\wedge} E$:

$$\begin{aligned} \circ f_1^{\wedge} f_2 &= (\bar{e}_1 - \bar{e}_2)^{\wedge} \bar{e}_2 = e_1^{\wedge} e_2 - \underbrace{e_1^{\wedge} e_2}_{0} = e_1^{\wedge} e_2 \\ \circ f_2^{\wedge} f_3 &= (\bar{e}_2)^{\wedge} (\bar{e}_1 - \bar{e}_2) = e_1^{\wedge} e_3 - \underbrace{e_2^{\wedge} e_2}_{0} - e_1^{\wedge} e_3 \\ \circ f_3^{\wedge} f_1 &= (\bar{e}_3 - \bar{e}_2)^{\wedge} (\bar{e}_1 - \bar{e}_2) = e_3^{\wedge} e_1 - e_3^{\wedge} e_2 - e_2^{\wedge} e_1 + \underbrace{e_2^{\wedge} e_2}_{0} \\ &= e_3^{\wedge} e_1 + e_2^{\wedge} e_3 + e_1^{\wedge} e_2 \\ e_i^{\wedge} e_i &= 0 \text{ : دوماً} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= e_1^{\wedge} e_2 + 5e_2^{\wedge} e_3 \quad \text{نلاحظ انه (بالنسبة الى)} \\ &= f_1^{\wedge} f_2 + 5f_2^{\wedge} f_3 \end{aligned}$$

(٤)

$$\begin{aligned} \circ (M \otimes \bar{U}) \cdot \bar{f}_1 &= M \otimes (\bar{U} \cdot \bar{f}_1) \\ &= M \otimes [(e_1^* - e_2^*) (e_1 - e_2)] \\ &= M \otimes \left[\underbrace{e_2^* e_1}_{1} - \underbrace{e_2^* e_2}_{0} - \underbrace{e_1^* e_1}_{1} - \underbrace{e_1^* e_2}_{0} \right] \\ &= M \otimes (-1) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (M \otimes \bar{U}) \cdot \bar{f}_1 = -M$$

نظر السريان الزمان $r = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$

(1)

• $\vec{F} = x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ شحنة

• $\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ سرعة

• $L = T - V$ ز. $T = \frac{1}{2} m \vec{V}^2 = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$ $m=1$ (الكتلة المادية ان كتلة واحدة)

• ولما باللاتم، لكاسه بنجته سر داله \vec{V} بحيث $\text{grad } V = -\vec{F}$

$\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k} = x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$

نضرب الطرفين داخلية $d\vec{r}$ فيه:

$dV = xdx - ydy - zdz$

بالتكامل:

$V = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{2}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

الز. L نضربها في عبارة \vec{V} سرنا اني نضرب:

$L = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

• معادلات لاغرانج يمكن بالستور: $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial p_k} - \frac{\partial L}{\partial p_k} = 0$

حيث $p_1 = x, p_2 = y, p_3 = z$ بالستور:

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} x' + x = 0 \Rightarrow x'' + x = 0 \dots \textcircled{1}$

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} y' - y = 0 \Rightarrow y'' - y = 0 \dots \textcircled{2}$

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} z' - z = 0 \Rightarrow z'' - z = 0 \dots \textcircled{3}$

نولي له جندر سنه $f_k = \frac{\partial L}{\partial p_k}$

حيث $p_1 = x, p_2 = y, p_3 = z$ بالستور نجد:

$x = \frac{\partial L}{\partial x'} = x' \Rightarrow x = x'$
 $y = \frac{\partial L}{\partial y'} = y \Rightarrow y = y'$
 $z = \frac{\partial L}{\partial z'} = z \Rightarrow z = z'$

1.2) إذا ما عرفنا، الجسالة ليعطى بالمتغير q, p : $H = \sum_{i=1}^n (q_i p_i - h) \circ d(p, q)$

$= (Xx + Yy + Zz - h) \circ d(x, y, z, X, Y, Z)$

نقوم بالتفاضل الجزئي بحسب المتغيرات (نقوم بحسب المتغيرات) :

$\Rightarrow H = X \cdot x + Y \cdot y + Z \cdot z - \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$

$= (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$

• معادلات هاميلتوني بالمتغير :

بالتعريف : $q_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$ و $p_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$

$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\partial H}{\partial X} = X & X &= -\frac{\partial H}{\partial x} = -x \\ y &= \frac{\partial H}{\partial Y} = Y & Y &= -\frac{\partial H}{\partial y} = -y \\ z &= \frac{\partial H}{\partial Z} = Z & Z &= -\frac{\partial H}{\partial z} = -z \end{aligned} \right\} \Rightarrow$

معادلات هاميلتوني
المتغير :

$\left. \begin{aligned} \dot{x} - X &= 0 \\ \dot{y} - Y &= 0 \\ \dot{z} - Z &= 0 \end{aligned} \right\} \& \left\{ \begin{aligned} X + x &= 0 \\ Y + y &= 0 \\ Z + z &= 0 \end{aligned} \right.$

□ حيث تكون الدالة H_x تكامل أولي يجب أن تحقق الشرط التالي :

$\{H, H_x\} = 0$

$$\begin{aligned} \{H, H_x\} &= \left(\frac{\partial H}{\partial X} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial X} - \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial Y} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial Y} - \frac{\partial H}{\partial y} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \\ &\quad + \left(\frac{\partial H}{\partial Z} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial Z} - \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \\ &= (x \cdot 2x - X \cdot 2x) + (y \cdot 0 - z \cdot 0) + (y \cdot 0 - y \cdot 0) \\ &= 0 + 0 + 0 = 0 \end{aligned}$$

by :
soheb
mswad

• بالتالي H_x تكامل أولي

• معادلات الحركة :
خط 1 - خط 2 - خط 3
خط 4 - خط 5 - خط 6
خط 7 - خط 8 - خط 9
خط 10 - خط 11 - خط 12

جامعة البصرة
كلية العلوم
قسم الرياضيات
المبحث في التحليل
مادة رابعة
دورة محابون ٠٦
الاسم : جبرائيل شورو
الرقم :

الموالت الأول ، 20 = 5 × 4

ليكن الفضاء الشعاعي E ، المزود بـ $\langle \cdot, \cdot \rangle$ ، $\Omega = (e_1, e_2, e_3)$. ليكن أيضا المتوتر (التشوير) التفاضلي ،

$$\mu = e_1 \wedge e_2 + 5e_2 \wedge e_3 \in E^* \text{ ، والمندج } v = e_3^* - e_1^* \in E^* \text{ (النجمه تميز تتيه) ، المطلوب :}$$

١. اكتب عبارة μ بدلالة القاعدة $\{e_i^*, i, j, k = 1, 2, 3\}$ ، $(e_i^* \otimes e_j^* \otimes e_k^*)$.

٢. احسب الجداء التفاضلي $\mu \cdot v$ (تتمس المركبة الثانية من μ مع v) .

٣. لنكن القاعدة (e_1^*, e_2^*, e_3^*) ، $\sigma = (f_1^* = e_1^* - e_2^*, f_2^* = e_2^*, f_3^* = e_3^* - e_1^*)$ لفضاء E ، احسب عبارة μ بدلالة

$$\text{قاعدة الفضاء } E^* \text{ الثانية } (f_1^* \wedge f_2^*, f_2^* \wedge f_3^*, f_3^* \wedge f_1^*)$$

٤. احسب الجداء التفاضلي $(\mu \otimes v) \cdot f_1^*$.

الموالت الثاني ، 10 = 10 × 4

تتحرك نقطة مادية ، ذات كتلة m ، في حقل متعامدة نظامية (x, y, z) ، خاضعة لحقل القوى المركزي

$$F = -(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \text{ ، المطلوب :}$$

١. اوجد تابع لاغرانج L بدلالة المتحولات $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ ، واكتب معادلات لاغرانج ،

٢. اكتب عبارة المتحولات x, y, z ، المرافقة على الترتيب للمتحولات x, y, z بدلالة المتحولات $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ ، (تحويل ليجنر) ،

٣. اعطى مائلوني المسألة ، واكتب معادلات هاميلتون المسألة ،

٤. بين ان الدالة التالية $H = x^2 + y^2 + z^2$ تكمل اولي .

الموالت الثالث ، 20 = 5 × 4

اجب بكلمة صح ، او بكلمة خطأ فقط عن كل مما يلي ،

١. يمكن تطبيق مبرهن التوازن لدراسة الحركات بإجراء تعديلات مقاسية في القوى ،

٢. معادلات هاميلتون الى رتبة من معادلات لاغرانج ، ولها نفس الحدود ،

٣. تكون الدالة F ، تكاملا اوليا لحقل الدالة H ، إذا كان $\{H, F\} = \{F, H\}$ ،

٤. إذا كان E لضاء متجهي منتهي البعد ، ملك الفضاء $E^* \otimes E^*$ لضاء ، تتألف جزئي منتهى البعد .

المتنوع خط المعادلات

مع الجاهل المتماثل بالمتماثل والتماثل

المسألة الثانية $F = -(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$ [1]

حيث $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

حيث $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

حيث $T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

حيث $L = T - V$ $T = \frac{1}{2} m v^2$ $m = 1$ (المسألة الثانية كتلة واحدة)

$\Rightarrow \text{grad } v = -\vec{F}$ حيث v هي سرعة الجسيم

$\frac{\partial v}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial v}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial v}{\partial z} \vec{k} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$dv = xdx + ydy + zdz$

$v = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2}$

$\Rightarrow v = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

الآن نكتب في عبارة الطاقة الحركية

$T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{p}_k} - \frac{\partial L}{\partial p_k} = 0$

حيث $p_1 = x, p_2 = y, p_3 = z$

حيث $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$

بالتعويض

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{x} + x = 0 \Rightarrow \ddot{x} + x = 0$... (1)

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{y} + y = 0 \Rightarrow \ddot{y} + y = 0$... (2)

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{z} + z = 0 \Rightarrow \ddot{z} + z = 0$... (3)

$q_k = \frac{\partial L}{\partial \dot{p}_k}$

حيث $p_1 = x, p_2 = y, p_3 = z$
حيث $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$

$x = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \dot{x} \Rightarrow x = \dot{x}$

$y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \dot{y} \Rightarrow y = \dot{y}$

$z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \dot{z} \Rightarrow z = \dot{z}$

وهي المعادلات
اللازمية

1.1) هاميلتوني فيزيائي يعطى بالمتجه

$$H = \sum_{i=1}^N (q_i p_i - L) \circ \mathcal{L}(p, q)$$

$$= (Xx + Yy + Zz - L) \circ \mathcal{L}(x, y, z, X, Y, Z)$$

فرضنا اننا نريد ان نحصل على (متجه) كمتجه للزخم

$$\Rightarrow H = X \cdot X + Y \cdot Y + Z \cdot Z - \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2)$$

$$= (X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2)$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2)$$

التعريف:

$$q_k = \frac{\partial H}{\partial p_k} \quad \& \quad p_k = \frac{\partial H}{\partial q_k}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\partial H}{\partial X} = X & X &= + \frac{\partial H}{\partial x} = -x \\ y &= \frac{\partial H}{\partial Y} = Y & Y &= - \frac{\partial H}{\partial y} = -y \\ z &= \frac{\partial H}{\partial Z} = Z & Z &= - \frac{\partial H}{\partial z} = -z \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} x - X &= 0 \\ y - Y &= 0 \\ z - Z &= 0 \end{aligned} \right\} \& \left\{ \begin{aligned} X + x &= 0 \\ Y + y &= 0 \\ Z + z &= 0 \end{aligned} \right.$$

معادلات الحركة

2) متى تكون الدالة H_x تكامل أولي يجب ان تحق الشروط التالي:

$$\{H, H_x\} = 0 \quad H_x = x^2 + x^2$$

$$\{H, H_x\} = \left(\frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial X} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial X} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial Y} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial Y} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial Z} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial Z} \right)$$

$$= (x \cdot 2x - X \cdot 2x) + (y \cdot 0 - Z \cdot 0) + (z \cdot 0 - Y \cdot 0)$$

$$= 0 + 0 + 0 = 0$$

by:
soheib
aswad.

مقابل H_x تكامل اولي

3) متى تكون الدالة H_x تكامل اولي يجب ان تحق الشروط التالي:

$$\{H, H_x\} = \left(\frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial X} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial X} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial Y} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial Y} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial Z} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial Z} \right)$$

تحليل

دورة من ١٠ أيام

حل السؤال الأول

١

$$0/11 = e_1 \oplus e_1^* + 2e_2 \oplus e_2^* - 2e_3 \oplus e_3^* + e_4 \oplus e_4^*$$

$$\Rightarrow \alpha = 1 \cdot 2(4) - 2(1+1) = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 0}$$

$$\bullet \rightarrow \{f_1 = e_1, e_2 = e_1, f_2 = e_1^*, f_3 = e_1\}$$

٢

$$\bar{F} = A \cdot \bar{C} \quad ; \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

مطلوب هو كتابة عناصر f بدلالة عناصر c مع وضع العناصر c في مصفوفة التحويل A :

$$\bullet f_i = A_{ij} c_j \Rightarrow c_j = A^{-1} f_i$$

$$\bullet A^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A} \quad ; \quad \tilde{A} = \text{نقل عناصر } A \text{ في مواقعها}$$

$$\bullet |A| = 1 \quad ; \quad A_{11} = 1 \quad A_{12} = 1 \quad A_{13} = 1$$

$$A_{21} = 0 \quad A_{22} = 1 \quad A_{23} = -1$$

$$A_{31} = 0 \quad A_{32} = 1 \quad A_{33} = 0$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = -f_1 - f_2 + f_3 \\ c_2 = f_2 \\ c_3 = -f_2 + f_3 \end{cases}$$

عناصر f بدلالة c

$$e^* = B \cdot f^* \quad ; \quad B = (C^T)^{-1}$$

$$B = (C^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} e_1^* \\ e_2^* \\ e_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1^* \\ f_2^* \\ f_3^* \end{bmatrix}$$

نكتب f بدلالة c في e^*

$$\Rightarrow \begin{cases} e_1^* = -f_1^* \\ e_2^* = f_1^* + f_2^* + f_3^* \\ e_3^* = f_1^* - f_2^* \end{cases}$$

عناصر f بدلالة c

3) كتاب على سرنه عبارة M الجبرية:

$$M = e_1^* \otimes e_1^* + 2e_1 \otimes e_2^* - 2e_2 \otimes e_1^* + e_1 \otimes e_2^*$$

أولاً نكتب المقادير بالركبة الجبرية:

$$e_1 \otimes e_1^* = [-f_1 - f_2 + 2f_3] \otimes [-f_1^*] = f_1 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_1^* - 2f_3 \otimes f_1^*$$

$$e_1 \otimes 2e_2^* = [-2f_1 \otimes (f_1^* + f_2^* + f_3^*)] = -2f_3 \otimes f_1^* - 2f_3 \otimes f_2^* - 2f_3 \otimes f_3^*$$

$$-2e_2 \otimes e_1^* = [(-f_2 + f_3) \otimes (f_1^* - f_2^*)] = -f_2 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_2^* + f_3 \otimes f_1^* - f_3 \otimes f_2^*$$

$$2e_1 \otimes e_2^* = 2e_1 \otimes e_2^* \text{ (نفس الشيء)}$$

$$\begin{aligned} 3 \otimes e_1 \otimes e_2^* + 2e_1 \otimes e_2^* &= e_1 \otimes (e_1^* + 2e_2^*) \\ &= f_1 \otimes f_1^* - 2f_2 \otimes f_1^* - 2f_3 \otimes f_1^* - f_2 \otimes f_2^* - 2f_3 \otimes f_2^* \\ &\quad - 2f_3 \otimes f_3^* + 2f_3 \otimes f_1^* + 4f_3 \otimes f_2^* + 4f_3 \otimes f_3^* \end{aligned}$$

الآن نكتب النتيجة α, β على عبارة M الجبرية:

$$\begin{aligned} M &= -f_1 \otimes f_1^* - 2f_2 \otimes f_1^* - 2f_3 \otimes f_1^* - 2f_2 \otimes f_2^* + f_2 \otimes f_2^* - 2f_3 \otimes f_2^* \\ &\quad + f_3 \otimes f_1^* + f_3 \otimes f_2^* + 2f_3 \otimes f_3^* \end{aligned}$$

الآن نكتب β ناتج تطبيق المركبة الأولى α المركبة الثانية في عبارة M (الماتريks):

$$\Rightarrow \beta = -1 + 0 + 0 + 0 - 1 + 0 + 0 + 0 + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{\beta = 0}$$

4) أنه $\alpha \neq \beta$ وذلك لأنه:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &\in E \otimes E^* \\ \beta &\in F \otimes F^* \end{aligned} \right\} \text{ أي أنه لا يمكن استبدال مقادير}$$

by:

t.suheb-ud@hotmail.com

Soheb

$$F = - \frac{m}{x^2 + y^2 + z^2}$$

حل المسألة الثانية:

[أ] نلاحظ أنه سطحاً، موضوع للسطح المادي (أكثراً $m=1$)
 $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
 $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
 وضح أنه يسري:

• دالة لا يتغير تحت الدوران في $T = T$
 • ثابت الطاقة الحركية: $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$
 • ثابت الطاقة الكامنة: $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$

$$T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\vec{\text{grad}} V = -\vec{F} \text{ حيث } \vec{F} = \frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\Rightarrow \vec{\text{grad}} V = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{x^2 + y^2 + z^2}$$

نظر في الطولين dr و dF في:
 $dv = \frac{1}{r} dr$
 $u = \ln r$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \ln r$$

$$q_k = \frac{\partial u}{\partial p_k}$$

حيث $p_1 = x, p_2 = y, p_3 = z$
 $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$
 $X = \frac{\partial u}{\partial x} = x$
 $Y = \frac{\partial u}{\partial y} = y$
 $Z = \frac{\partial u}{\partial z} = z$

[ب] هاميلتونيان H لا يتغير تحت الدوران

$$H = \left(\sum_{k=1}^3 p_k q_k - u \right) = (x \cdot x + y \cdot y + z \cdot z - u)$$

$$= (p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 - u)$$

$$= (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \ln r$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \ln r$$

$$q_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}, p_k = \frac{\partial H}{\partial q_k}$$

① $x = \frac{\partial H}{\partial x} = x \Rightarrow x = X$
 ② $y = \frac{\partial H}{\partial y} = y \Rightarrow y = Y$
 ③ $z = \frac{\partial H}{\partial z} = z \Rightarrow z = Z$

④ $X = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{2x}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{x}{r^2}$
 ⑤ $Y = \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{y}{r^2}$
 ⑥ $Z = \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{z}{r^2}$

$$\begin{cases} H = \frac{1}{2} (X^2 + Y^2 + Z^2) \\ H_1 = YZ - ZY \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\vec{X}_H} H_1 &= \left\{ H_1, H \right\} = \frac{\partial H_1}{\partial X} \frac{\partial H}{\partial X} + \frac{\partial H_1}{\partial Y} \frac{\partial H}{\partial Y} + \frac{\partial H_1}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial Z} \\ &= (0-0) + (YZ + ZY) + (-YZ - YZ) = ZY + ZY - ZY - ZY = 0 \\ \Rightarrow \mathcal{L}_{\vec{X}_H} H_1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} H_2 = ZX - XZ \\ H_3 = XY - YX \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \left\{ H_1, H_2 \right\} &= \frac{\partial H_1}{\partial X} \frac{\partial H_2}{\partial X} + \frac{\partial H_1}{\partial Y} \frac{\partial H_2}{\partial Y} + \frac{\partial H_1}{\partial Z} \frac{\partial H_2}{\partial Z} \\ &= (0-0) + (Z \cdot 0 + 0 \cdot Z) + (XY - YX) = XY - YX = H_3 \end{aligned}$$

$$\left\{ H_1, H_2 \right\} = H_3$$

$$\begin{aligned} \left\{ H_2, H_3 \right\} &= \frac{\partial H_2}{\partial X} \frac{\partial H_3}{\partial X} + \frac{\partial H_2}{\partial Y} \frac{\partial H_3}{\partial Y} + \frac{\partial H_2}{\partial Z} \frac{\partial H_3}{\partial Z} \\ &= (Z - Z) + (0-0) + (-X + X) = 0 \end{aligned}$$

$$\left\{ H_2, H_3 \right\} = 0$$

$$\left\{ H_3, H_1 \right\} = H_2$$

جدول التفاضل:

X	1
Y	0
Z	0
X	0
Y	1
Z	0

محمد الخالار

سجل
م
ع

الجامعة
العلمية
الطبيعية
منه رابعة
مربان 07

جامعة البعث
مدرسة العلوم
قسم الرياضيات
السؤال الأول: $20 = 5 \times 4$

ليكن الفضاء المتجهي E المزود بالقاعدة $\Omega_E = (e_1, e_2)$ وليكن تاعينها التثوية $\Omega'_E = (e'_1, e'_2)$ في الفضاء E^* . ليكن أيضا الفضاء المتجهي F المزود بالقاعدة $\Omega_F = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ وليكن تاعينها التثوية $\Omega'_F = (\vec{f}'_1, \vec{f}'_2, \vec{f}'_3)$ في الفضاء F^* . ليكن أيضا الموتران (التشويران) $\mu = \vec{f}_1 \otimes \vec{f}_1 + \vec{f}_2 \otimes \vec{f}_2 + \vec{f}_3 \otimes \vec{f}_3$ و $\nu = \vec{f}_1 \otimes \vec{f}'_1 + \vec{f}_2 \otimes \vec{f}'_2 + \vec{f}_3 \otimes \vec{f}'_3$. المطلوب:

- احسب ناتج الجداء التقلصي $\alpha = \mu \cdot \nu$ (تص الموترية ثنائية من μ مع الأولى من ν).
- احسب ناتج الجداء التقلصي $\beta = \alpha \cdot \mu$.
- إلى أي فضاء ينتمي المقدار β .
- أصل قاعدة الفضاء $F \otimes E^*$ لـ β إذا $\beta = 1, 2, 3$.

السؤال الثاني: $40 = 10 \times 4$

تتحرك نقطة مادية ذات كتلة واحدة في جملة إحداثياتها (x, y, z) وتضع لحقل القوى $\vec{F} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$ حيث $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ هي متجه الموضع $\vec{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. المطلوب:

- اكتب تابع لاغرانج L وأعطى الميولات التي تعرف المتحولات X, Y, Z المرافقة توتيا للمتغيرات x, y, z .
- احسب $\vec{p}_x, \vec{p}_y, \vec{p}_z$ بدلالة المتحولات X, Y, Z وموافقتها، ثم أعطى هاميلتوني المسألة H ، شاذ $\vec{p}_x, \vec{p}_y, \vec{p}_z$.
- بين كون أو عدم الدالة $F = xY - yX$ تكاملا أوليا لمسألة.
- بين تعلق أو عدم تعلق التكاملات الأوليان $G_1 = xZ - zX, G_2 = yZ - zY$.

السؤال الثالث: $20 = 5 \times 4$

أجب بكلمة صح، أو بكلمة خطأ فقط عن كل مما يلي:

- الدوال العودية للتحويلات التثوية، هي تكاملات أولية بالضرورة.
- جاء تكاملان أوليان من تكامل أولي، و مجموعهما ليس أوليا بالضرورة.
- الدالة H^2 ، تكاملا أوليا، بالنسبة لمسألة هاميلتونيها H .
- تأثير لاغرانج ثنائي، معزول الزمن (ثناء الحركة).

37

مع الجارية الداهيات بالبيع والتوزيع
المتنوع حالة المبحث

1- سلام اولي

✓ (مسألة 2: إيجاد α و β)

نحل المسألة بالخطوات التالية:

$$\begin{aligned} \alpha &= P_1 \otimes e_1 \\ \alpha &= e_1 \otimes P_1 - e_1^* \otimes P_1 \\ \Rightarrow \alpha \cdot M \cdot U &= (P_1 \otimes e_1) (e_1^* \otimes P_1 - e_1^* \otimes P_1) \\ &= P_1 \otimes e_1 \cdot e_1^* \otimes P_1 - P_1 \otimes e_1 \cdot e_1^* \otimes P_1 \\ &\Rightarrow \alpha = -P_1 \otimes P_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= P_1^* \cdot \alpha \\ &= P_1^* \cdot (-P_1 \otimes P_1) = -P_1^* \cdot P_1 \otimes P_1 = 0 \\ \Rightarrow \beta &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= P_1^* \cdot (-P_1 \otimes P_1) : \text{من المعادلة السابقة} \\ \Rightarrow \beta &\in -P_1^* \cdot P_1 \otimes P_1 \\ \beta &\in \underbrace{F^* \cdot F}_{= F} \otimes F = F \\ \Rightarrow \beta &\in \overline{F} \end{aligned}$$

المعادلة هذه هي المعادلة $\gamma = c \times \gamma = c \times \gamma$ 4

$$F \otimes F^* \text{ قاعدة الفضاء التماسي } \left\{ P_i \otimes e_j^* \mid \begin{matrix} i=1,2,3 \\ j=1,2 \end{matrix} \right\}$$

حل المسألة الثانية: $\vec{F} = r \cdot \vec{r}$

1) نكتب الموضع للقطعة الماركة (m-1): $\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$

المعادلة لانزياح الكتلة:

الطاقة الحركية: $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$ $\Leftarrow T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

المعادلة الكتلة: نبدأ من $\vec{v} = -\vec{F}$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{F} \Rightarrow d\vec{v} = -\vec{F} d\vec{r}$$

$$\begin{aligned} &= -r \vec{r} d\vec{r} \\ &= -r^2 \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r} \\ \Rightarrow d\vec{v} &= -r^2 d\vec{r} \end{aligned}$$

$$v = -\frac{1}{3} r^3$$

0 دالة لاغرانج: $L = T - V$

$\Rightarrow L = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{3}r^3$

0 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

0 قوانين لاغرانج:

$q_1 = x$
 $q_2 = y$
 $q_3 = z$

$p_1 = \dot{x}$
 $p_2 = \dot{y}$
 $p_3 = \dot{z}$

حيث $q_i = \frac{\partial L}{\partial p_i}$

$a_i = \frac{\partial L}{\partial p_i}$

$\Rightarrow \left. \begin{aligned} x &= \frac{\partial L}{\partial p_1} = \dot{x} \\ y &= \frac{\partial L}{\partial p_2} = \dot{y} \\ z &= \frac{\partial L}{\partial p_3} = \dot{z} \end{aligned} \right\}$

0 هاملتون، H :

$H = \left(\sum_{i=1}^3 q_i p_i - L \right) = \mathcal{H}(p, q)$

$\Rightarrow H = [x \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y} + z \cdot \dot{z} - \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{3}r^3] = \mathcal{H}(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, x, y, z)$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{3}r^3$

0 مصادر هاملتون:

نصف: $q_k = -\frac{\partial H}{\partial p_k}$

$p_k = \frac{\partial H}{\partial q_k}$

$p_k = \frac{\partial H}{\partial q_k}$

$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial x} = X \Rightarrow \dot{x} - X = 0$

$\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial y} = Y \Rightarrow \dot{y} - Y = 0$

$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial z} = Z \Rightarrow \dot{z} - Z = 0$

$\dot{x} = -\frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = -x r^2 \Rightarrow \dot{x} + x r^2 = 0$

$\dot{y} = -\frac{\partial H}{\partial \dot{y}} = -y r^2 \Rightarrow \dot{y} + y r^2 = 0$

$\dot{z} = -\frac{\partial H}{\partial \dot{z}} = -z r^2 \Rightarrow \dot{z} + z r^2 = 0$

0 مصادر هاملتون:

$\frac{\partial H}{\partial r} = \left(\frac{1}{3}r^3 \right)' = \left(\frac{1}{3}(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} \right)'$
 $= \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \cdot (2x \dot{x} + 2y \dot{y} + 2z \dot{z})$
 $= \frac{1}{2} r (2x \dot{x} + 2y \dot{y} + 2z \dot{z}) = x \dot{x} + y \dot{y} + z \dot{z}$

[١] صفة تكون الدالة F تكامل أولي يجب أن يتحقق الشرط : $\{H, F\} = 0$

$$\{H, F\} = \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial y} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial t} \cdot \frac{\partial F}{\partial t}$$

$$= (x)(y) - (-x^2)(-1) + (y)(-x) - (-y^2)(x) + (z)(0) - (-2xy^2)(0)$$

$$= xy - xy - x^2 + xy^2 = 0$$

الشرط محقق \Leftarrow الدالة F تكامل أولي لمنطقة D .

[٢] صفة تكون الدالة G_1, G_2 متعارضان يجب أن يتحقق الشرط : $\{G_1, G_2\} = 0$

$$\{G_1, G_2\} = \frac{\partial G_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial x} - \frac{\partial G_1}{\partial y} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial y} + \frac{\partial G_1}{\partial z} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial z} - \frac{\partial G_1}{\partial t} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial t}$$

$$= (z)(0) - (-z)(0) + (0)(1) - (0)(0) + (-x)(-y) - (x)(y)$$

$$= 0 - 0 + 0 + xy - xy = 0$$

الشرط محقق $\Leftarrow \{G_1, G_2\} = 0 \neq F$ أي غير متعارضان.

[٣] ما يلي خطأ ..

هذا السؤال الثاني :

١. خطأ

٢. صحيح

٣. صحيح

٤. خطأ

د. محمد طوفيق
أ. د. محمد
م. د. محمد

(د/مينا)

(٨)

الاسم: يسد هلان

المؤهل: البكالوريوس

جامعة البعث

الرقم:

حبة رابعة

كلية العلوم

ماتلون ٧

قسم الرياضيات

المسائل الأولى: $20 = 5 \times 4$

ليكن الفضاء الشعاعي E المولد بالقاعدة $\Omega = (e_1, e_2, e_3)$ وليكن لامتتها الثورية

$\Omega' = (e_1', e_2', e_3')$ لـ E' لـ الفضاء E' ليكن ارضها الموتران (التي) (وان)

$v = e_1' \otimes e_2' + e_2' \otimes e_3'$ $\mu = e_1' \otimes e_2' - e_2' \otimes e_3'$ المطلوب:

١. احسب نتج الجداء التناقصي $\alpha = \mu \cdot v$ (الضرب المركبة الثانية من μ مع الاولى من v)

٢. احسب نتج الجداء التناقصي $\beta = v \cdot \mu$ (الضرب المركبة الثانية من v مع الاولى من μ)

٣. هل الثلاثة α, β متساوية، صحبة،

٤. اعطى قاعدة للفضاء $E \wedge E \wedge E$

المسائل الثانية: $40 = 10 \times 4$

تتحرك نقطة مادية ذات كتلة واحدة، في مستوي مزدوج بالجملة المتعامدة النظامية Oxy خاضعة لحقل الترن

$\vec{F} = -(y\vec{i} + x\vec{j})$ المطلوب:

١. اكتب تابع لاغرانج L وعبارة المتحولات X, Y المرافقة عن الترتيب للمتحويلات x, y بدلالة المتحولات X, Y, p_X, p_Y

٢. اعطى H هاميلتوني المسألة، واكتب معادلات هاميلتون الأربعة،

٣. بين كون U دالة $F = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + XY$ تكاملاً أولياً لمسائلتنا،

٤. اوجد التحويل القانوني المولد بالدالة $G = \frac{\sqrt{2}}{2}[x(X_1 - Y_1) + y(X_1 + Y_1)]$ وفق العلاقة

$$Xdx + Ydy + x_1dX_1 + y_1dY_1 = dG(x, y, X_1, Y_1)$$

المسائل الثالثة: $20 = 5 \times 4$

اجب بكلمة صح، أو بكلمة خطأ فقط من كل مما يلي:

١. إذا كانت الدالة G تكاملاً أولياً، بالضرورة لمسألة هاميلتون لها H ، كان $G + H$ تكاملاً أولياً، صح

٢. قانون ليونتي وكفي وحده لحل مسائل مجموعات النقط المادية المقيدة،

٣. إذا كانت الدالة F ، تكاملاً أولياً بالضرورة لمسألة هاميلتون لها H ، كانت الدالتان H و F متعارضتان، صح

٤. التحويل القانوني يحافظ على الشكل التبايني (تبقى الخطية)، وتابع هاميلتون.

مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

المشهور خالد العبدان

٢٠٢٤/٥/٢٥

فصل اول

السؤال الأول :

$$\alpha = \mu \cdot \nu = (\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 - \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1) \cdot (\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3) =$$

$$= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3$$

$$= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 = 0$$

$$\beta = \nu \cdot \mu = 0$$

تعليق: الكبريت بين قوسين هو شرح للخطوة

$$\beta \in E \otimes E \quad \alpha \in E \otimes E$$

السؤال الثاني :

معادلات الحركة في مستوى ثنائي الأبعاد

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_1 + \dot{y}\vec{e}_2$$

$$L = T - V$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$$

$$\vec{F} = -\nabla V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -(y\vec{e}_1 + x\vec{e}_2) = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_2\right) \Rightarrow y\vec{e}_1 + x\vec{e}_2 = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_2$$

$$y dx + x dy = dV \Rightarrow d(x \cdot y) = dV$$

$$V = x \cdot y$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - x \cdot y$$

$$q_1 = x, q_2 = y$$

$$X = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m \dot{x}, Y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m \dot{y}$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_i} = q_i$$

حاصلت

$\begin{array}{ccc} & & \rightarrow XX \\ \frac{X_1 \cdot X_2}{P \cdot P} & & \rightarrow P \end{array}$

باللغة ١٠ صاقلترب الأربعة

$$P_c' = \frac{dP_c}{d\tau}$$

نَا'ضَر

خالف

$$q_i = - \frac{\partial \psi}{\partial p_i}$$

45

متنوعاً كنيلاً ارضياً لهذه السلسلة يثبت الشواهد

$$\sum \{H, F\} = 0$$

وَمَالٍ لِّعَسَلٍ ۚ تَكَادُ زُلْجَ

مع التحويل الانماضي التكرار $G = \frac{\sqrt{K}}{2} [x(x_1 - y_1) + y(x_1 + y_1)]$ نصف الدرافة

4. 11. 2018

$$= \frac{\partial G}{\partial x} dx + \frac{\partial G}{\partial y} dy + \frac{\partial G}{\partial X_1} dX_1 + \frac{\partial G}{\partial Y_1} dY_1$$

طابقا بقية فترات

د ٣

$$X = \frac{\sqrt{2}}{2} (X_1 - Y_1) \quad (1)$$

$$Y = \frac{\sqrt{2}}{2} (X_1 + Y_1) \quad (2)$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (x + y) \quad (3)$$

$$y_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (y - x) \quad (4)$$

هما التحويل
القانوني
الخطي

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} (x_1 + y_1) \quad (5) \quad \text{بحسب (3) و (4) نحصل على}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} (x_1 - y_1) \quad (6)$$

x, y, x_1, y_1

(1) و (2) و (3) و (4) هي التحويلات القانونية المطلوبة

بملاحظة: أريد التأكد من صحة هذا اللب من حيث التكرار

الجواب التالي:

$$\{G+H, H\} = \{G, H\} + \{H, H\} = \{G, H\} \quad \text{مع ذلك}$$

كل ذلك لا يجرى فيها

خطأ

(2) مع ذلك، F تكافؤ أولية بينية الشرط الثاني. حيث $\{H, F\}$

وتتحقق من الشرط بينية أن F, H متبادلتان

(3) هذا لأنه لا يحافظ على قابلية هاملتونية

٧١

جامعة البعث
 كلية العلوم
 قسم الرياضيات
 الميكانيك التعليلي
 رابعة ميكانيك
 حزيران ٨١
 الاسم
 الرقم
 السيد احمد الرحال

السؤال الأول : $20 = 5 \times 4$

يمكن التضاء المنحوس E ، التفاضل البنية والمزود بقاعدة $\Omega_E = \{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \}$ لكن $\Omega_E = \{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \}$ القاعدة
 التوافقية : الموافقة لـ Ω_E في الفضاء E المطلوب :
 ١. اكتب قاعدة التضاء $E \vee E$ ، $E \wedge E$
 ٢. ما عدد لينة التضاء $E \wedge E$
 ٣. احس الجداء التفاضلي $\nabla \cdot \vec{e}_1 = \vec{e}_2$ ، $\nabla \cdot \vec{e}_2 = -\vec{e}_1$
 ٤. ما هو التضاء $E \wedge E \wedge E$

السؤال الثاني : $10 = 10$

تتحرك نقطة مادية ذات كتلة واحدة في حقل عظمية متساوية واتجاهية $\vec{F} = -\frac{1}{r^3} \vec{r}$ ، مزودة تقريباً بتجهيزات
 الواحدة $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ ، وتضع هذه النقطة لحقل التواء $\vec{\omega} = -\frac{1}{r^3} \vec{r}$ ، حيث $\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$ ، $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 المطلوب : $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

١. اكتب تابع لاغرانج L ، واستنتج قيم المتحولات $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$ ، الموافقة تقريباً للمتحولات $\vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3$
 هذه المتحولات ، وشتاتها

٢. اكتب معادلات الحركة ، واكتب معادلات متذبذب ،
 ٣. لكن الدالة $(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) + z(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) + z(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)$ ، واكتب معادلات متذبذب ،

٤. احس قيم اقتران بواسون التالية : $\{ \vec{p}_1, \vec{p}_2 \} = 1, \{ \vec{p}_1, \vec{p}_3 \} = 0, \{ \vec{p}_2, \vec{p}_3 \} = 0$
 السؤال الثالث : $20 = 5 \times 4$

احب بكلمة صبح ، او بكلمة خطأ فقط عن كل ما يلي :
 ١. عدد متضارب لاغرانج ، او نفس عدد القيود ،
 ٢. كل الانتقالات الممكنة للنقطة المادية ، غير المقيدة ، تصلح ان تكون اقترانية ،
 ٣. تكامل اولي يملأ في مملوء المتوافق ،
 ٤. معادلات لاغرانج في معادلات تفاضلية جزئية

مع الامانة المتعانة بالدماع والدموع

الطالب : خالد النجار

دورة مازن ٠٨

قال الأستاذ الأول:

(١) أولاً علينا معرفة عدد أبعاد قاعدة هذا الفضاء من المستوى

$$\frac{n(n+1)}{2} \quad 3 = \frac{2(2+1)}{2}$$

ثم ثانياً العدد $\{ (e_1, e_2), (e_1, e_3), (e_2, e_3) \} \Leftarrow E \vee E$

(٢) عدد أبعاد الفضاء $E \wedge E$ يعطى بالمستوى

$$\frac{n(n-1)}{2} \quad 1 = \frac{2(2-1)}{2} \Leftarrow n=2$$

(٣) لدينا الأساس للعنصر $(e_1, -2e_2) \cdot e_1^+ \wedge e_2^+$

علينا أولاً تحويل العناصر $e_1^+ \wedge e_2^+$ اعتماداً على دستور التبادلية:

$$e_1^+ \wedge e_2^+ = e_1^+ \otimes e_2^+ - e_2^+ \otimes e_1^+$$

$$\begin{aligned} \circ (e_1, -2e_2) \cdot e_1^+ \wedge e_2^+ &= (e_1, -2e_2) (e_1^+ \otimes e_2^+ - e_2^+ \otimes e_1^+) \\ &= \underbrace{e_1 e_1^+}_{=1} \otimes e_2^+ - \underbrace{e_1 e_2^+}_{=0} \otimes e_1^+ - \underbrace{2e_2 e_1^+}_{=0} \otimes e_2^+ + \underbrace{2e_2 e_2^+}_{=1} \otimes e_1^+ \\ &= e_2^+ - 2e_1^+ \end{aligned}$$

(٤) الفضاء $E \wedge E \wedge E$ هو الفضاء الممتد

E^{n+k}
ممتدة

ملحوظة من د. هادي:

عدد الفضاء $n = |E|$

$$\frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)}{m!} = \frac{A \cdot E}{m!} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{كما أنه} \\ m = |E \wedge E \wedge E| \end{array} \right.$$

أثبت: $n < m$ في حالة $n < m$ هذا الفضاء الممتد

$n = m$ عند رتبة

في حالتنا $n=2$ لدينا $n=3$ أي $n < m$ هو الفضاء الممتد

عدد أبعاده $\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \frac{2(2-1)(2-2)}{3!} = 0$

Soheeb
aswad

المسألة الأولى : $\vec{F} = \frac{\vec{r}}{r} - \vec{r}$

1) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$: الموضع للنقطة المادية : لناج لا نراهم بلنا

حساب الطاقة الحركية : $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$: $m=1$

$\Rightarrow T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

حساب الطاقة الكامنة : نبتة من دالة : $\text{grad } U = -\vec{F} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{d\vec{r}} = -\vec{F}$

$d\vec{v} = -\vec{F} \cdot d\vec{r} \Leftrightarrow d\vec{r} = \frac{d\vec{v}}{-\vec{F}}$

$= \left(\frac{\vec{r}}{r} + \vec{r} \right) d\vec{r}$

$= \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r} + \vec{r} d\vec{r}$

$= \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r} (1+r)$

$\Rightarrow d\vec{v} = (1+r) d\vec{r} \Rightarrow v = \frac{1}{2} (1+r)^2$

لناج من نراهم : $L = T - U$

$\Rightarrow L = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (1+r)^2$: $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

تحويل لاجانج

$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \dot{x} \\ y &= \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \dot{y} \\ z &= \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \dot{z} \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \begin{aligned} q_1 &= x, & p_1 &= \dot{x} \\ q_2 &= y, & p_2 &= \dot{y} \\ q_3 &= z, & p_3 &= \dot{z} \end{aligned}$

5) هاميلتونيان : $H = \left(\sum_{i=1}^3 q_i p_i - L \right) \circ \mathcal{U}(p, q)$

$= [x \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y} + z \cdot \dot{z} - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2] \circ \mathcal{U}(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$

$= x \cdot x + y \cdot y + z \cdot z - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2$

$= (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2$

⑤ معادلات هاملتون : العلاقات

$$p_x = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} \quad q_k = \frac{\partial H}{\partial \dot{p}_k}$$

$$x = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = X \Rightarrow x - X = 0 \quad \dots (1)$$

$$y = \frac{\partial H}{\partial \dot{y}} = Y \Rightarrow y - Y = 0 \quad \dots (2)$$

$$z = \frac{\partial H}{\partial \dot{z}} = Z \Rightarrow z - Z = 0 \quad \dots (3)$$

$$X = \frac{\partial H}{\partial x} = x \left(\frac{1+r}{r} \right) \Rightarrow X - x \left(\frac{1+r}{r} \right) = 0 \quad \dots (4)$$

$$Y = \frac{\partial H}{\partial y} = y \left(\frac{1+r}{r} \right) \Rightarrow Y - y \left(\frac{1+r}{r} \right) = 0 \quad \dots (5)$$

$$Z = \frac{\partial H}{\partial z} = z \left(\frac{1+r}{r} \right) \Rightarrow Z - z \left(\frac{1+r}{r} \right) = 0 \quad \dots (6)$$

⑥ معادلة الدالة F تكامل أولية يجب تحقق الشرط :

$$\{F, H\} = 0$$

$$\{H, F\} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial X} - \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial Y} - \frac{\partial H}{\partial \dot{y}} \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial F}{\partial Z} - \frac{\partial H}{\partial \dot{z}} \frac{\partial F}{\partial z}$$

$$= X(Y-Z) - \left(-x \left(\frac{1+r}{r}\right)\right)(-y+z) \\ + Y(Z-X) - \left(-y \left(\frac{1+r}{r}\right)\right)(x-z) \\ + Z(X-Y) - \left(-z \left(\frac{1+r}{r}\right)\right)(-x+y)$$

$$= XY - XZ + YZ - XY + XZ - YZ \\ - \left(\frac{1+r}{r}\right) [-x^2 + xz + xy - yz - xz + x^2] \\ = 0 - 0 + 0 - \left(\frac{1+r}{r}\right) [0 + \dots + 0] = 0$$

الشرط محقق \Leftarrow F تكامل أولية

next
التالي \Leftarrow انتقل الى

Sch647@yahoo.com

5. $\{F_n\}$ کلاس اختلاس براساسه $n=1, 2, \dots$ یکنوا $\frac{1}{n^2}$ است.

$$\{F, r\} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r}{\partial z} - \frac{\partial F}{\partial t} \cdot \frac{\partial r}{\partial t}$$

$$= \cancel{(x+y)}'(0) - (x+y)\left(\frac{x}{r}\right) + (z-x)\cancel{(x)}' - (x-z)\left(\frac{z}{r}\right) + (x+y)\cancel{(0)}' - (x+y)\left(\frac{z}{r}\right)$$

$$= \frac{1}{r} [x^2 + y^2 - x^2 - y^2] = 0$$

$$\{f, r\} = 0 \quad \text{if } r \neq 1 \text{ or } 2 \leftarrow$$

$$\{F, r^2\} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial y} - \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial z} - \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial z}$$

$$= \cancel{(1-2)}(0) - \cancel{(2+2)}(2) + \cancel{(2-x)}(0) - \cancel{(x-2)}(2)$$

$$= +2/y - 2/z - 2/y + 2/z + 2/z - 2/y$$

110

بابو ستر - نجد انه :

4 n ; $\{F, r^{-1}\} = 0$ التوازن

١٥ السوالان

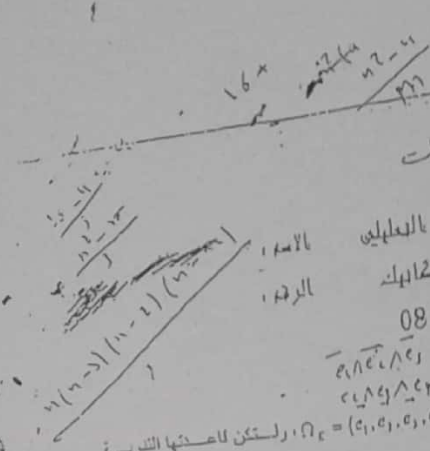
۴۰ - ۲

2

مجلس عمومی

3-2

20-2



عبد الواسع - احمد الزمان

جامعة البصرة

كلية العلوم

قسم الرياضيات

المحاضرات بالعلمي

رابعة محاضرات

محاور 08

$e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}$

المسؤول الأول: $20 = 5 \times 4$

ليكن الفضاء المتجهي E ، الممزو بالقاعدة $(e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16})$ وليكن لاعدتها الترتيبية

$$n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1) = n!$$

المطلوب:

1. اكتب قاعدة الفضاء E $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}$

2. ما عدد ابعاد الفضاء E $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}$

المسؤول الثاني: $40 = 10 \times 4$

تحرك نقطة مادية ذات كتلة واحدة، في حلبة صلبة متعامدة والطايف $(0, \pi)$ بترتيب متجهيات

1. اكتب قاعدة الفضاء E $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}$

2. اكتب قاعدة الفضاء E $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}$

3. اكتب قاعدة الفضاء E $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}$

4. اكتب قاعدة الفضاء E $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}$

المسؤول الثالث: $20 = 5 \times 4$

المسؤول الرابع: $40 = 10 \times 4$

المسؤول الخامس: $20 = 5 \times 4$

المسؤول السادس: $40 = 10 \times 4$

المسؤول السابع: $20 = 5 \times 4$

المسؤول الثامن: $40 = 10 \times 4$

المسؤول التاسع: $20 = 5 \times 4$

المسؤول العاشر: $40 = 10 \times 4$

المسؤول الحادي عشر: $20 = 5 \times 4$

المسؤول الثاني عشر: $40 = 10 \times 4$

المسؤول الثالث عشر: $20 = 5 \times 4$

المسؤول الرابع عشر: $40 = 10 \times 4$

{نذرة كادونا . ٨}

حل السؤال الأول :

1) لتعرف عدد أبعاد قاعدة هذا الفضاء وعلينا بالمشهور : $\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$ لدينا $n=4 \Rightarrow \frac{4(3)(2)}{3 \times 2 \times 1} = 4$ تكون القاعدة :

{ $(e_1 \wedge e_2 \wedge e_3), (e_1 \wedge e_2 \wedge e_4), (e_1 \wedge e_3 \wedge e_4), (e_2 \wedge e_3 \wedge e_4)$ }

2) سأل الحساب عليها فوجدت M من جداء توافيق إلى 3 فذلك انما هو على المشهور :

$M_1 \wedge M_2 = M_1 \otimes M_2 - M_2 \otimes M_1$

1 2 3

إذا بدلنا مواضع أي من M_1, M_2, M_3 أو أي من e_1, e_2, e_3 في $M_1 \wedge M_2$ فنتيجة ذلك هي $M_1 \wedge M_2$ نفسها.

دونه من 3 :

$$M_1 \wedge M_2 = e_1 \otimes e_2 \otimes e_3 - e_1 \otimes e_3 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1 \otimes e_3 + e_2 \otimes e_3 \otimes e_1 + e_3 \otimes e_1 \otimes e_2 - e_3 \otimes e_2 \otimes e_1$$

نلاحظ :

$$M_1 \wedge M_2 = \frac{1}{2} (e_1 - e_2) \otimes (e_1 - e_2) \otimes (e_1 - e_2) = \frac{1}{2} (e_1 \otimes e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_1 \otimes e_2 - e_1 \otimes e_2 \otimes e_1 - e_2 \otimes e_1 \otimes e_1 + e_2 \otimes e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_2 \otimes e_1 - e_2 \otimes e_2 \otimes e_2 - e_1 \otimes e_2 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_2 \otimes e_1 + e_1 \otimes e_2 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_2 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_2 \otimes e_1)$$

$= 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + (-1)(1)(1) = -1$

3) عدد أبعاد الفضاء $E \vee E$ يعطى بالمشهور : $\frac{n(n+1)}{2!}$ نتوجد $n=4$ تكون $\frac{4(4+1)}{2 \times 1} = 10$

عدد الأبعاد = 10

4)

نفس الطريقة، لطلب 3 نزل $e_1 \vee e_2$ حسب المشهور $M_1 \vee M_2 = M_1 \otimes M_2 + M_2 \otimes M_1$

$$e_1 \vee e_2 = e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1$$

$$e_1 \vee e_2 (\vec{e}_1, \vec{e}_1) = (e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1) (\vec{e}_1, \vec{e}_1)$$

$$= e_1 \vec{e}_1 \otimes e_2 \vec{e}_1 + e_2 \vec{e}_1 \otimes e_1 \vec{e}_1$$

$$= 0 + 0 + 1 \cdot 1 = 1$$

سؤال السؤال الثاني :

1) اكتب سعة الحركية للكتلة المادية m : $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \vec{R} + z\vec{k}$

$$\Rightarrow d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} = d\vec{R} + dz\vec{k}$$

$$\cdot \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

حساب تابع لاغرانج علينا حساب كل من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة :

$$T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 : \text{تكتب بالمتجه}$$

$$= \frac{1}{2} (17) (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) \leftarrow$$

$\vec{F} = -\text{grad } V$: الطاقة الكامنة : من المعطيات

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -\text{grad } V \cdot d\vec{r} : d\vec{r} \text{ متجه الطول}$$

الآن نوجد \vec{F}

$$\Rightarrow \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dV$$

$$\Rightarrow -dV = \left[\frac{-\vec{R}}{R^3} + z\vec{k} \right] \cdot [d\vec{R} + dz\vec{k}]$$

$$= \frac{-\vec{R} \cdot d\vec{R}}{R^3} + z dz = -\frac{1}{R^2} \frac{dR}{R} + z dz$$

$$= -\frac{dR}{R^2} + z dz$$

$$\Rightarrow -dV = d\left(\frac{1}{R}\right) + z dz = d\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2} z^2\right)$$

$$V = -\frac{1}{R} - \frac{1}{2} z^2$$

بذلك نكون قد

$$H = T - V$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \left(-\frac{1}{R} - \frac{1}{2} z^2 \right)$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{R} + \frac{1}{2} z^2$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = x, \quad q_1 = X \\ p_2 = y, \quad q_2 = Y \\ p_3 = z, \quad q_3 = Z \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow q_n = \frac{\partial H}{\partial p_n}$$

• قوالب المعادلات :

$$X = \frac{\partial H}{\partial x} = x$$

$$Y = \frac{\partial H}{\partial y} = y$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} X = x \\ Y = y \\ Z = z \end{array} \right\}$$

[5] هاملتونيان المسألة التيه بالاستقرار $H = \sum_{i=1}^3 (q_i \dot{p}_i - L) \circ d(p, q)$

$$= (X \cdot \dot{X} + Y \cdot \dot{Y} + Z \cdot \dot{Z} - L) \circ d(x, y, z, X, Y, Z)$$

$$= X \cdot \dot{X} + Y \cdot \dot{Y} + Z \cdot \dot{Z} - \left[\frac{1}{2} (X^2 + Y^2 + Z^2) + R + \frac{Z^2}{2} \right]$$

$$= X^2 + Y^2 + Z^2 - \frac{1}{2} (X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{2} Z^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{2} Z^2$$

معادلات هاملتوني ψ ψ ψ

$$x=1,2,3 \quad \dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k} \quad p_k = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_k}$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial X} = X \Rightarrow \dot{x} = X \quad \text{--- (1)}$$

$$\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial Y} = Y \Rightarrow \dot{y} = Y \quad \text{--- (2)}$$

$$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial Z} = Z \Rightarrow \dot{z} = Z \quad \text{--- (3)}$$

$$\dot{X} = \frac{\partial H}{\partial X} = \frac{-X}{R^3} \Rightarrow \dot{X} = -\frac{X}{R^3} \quad \text{--- (4)}$$

$$\dot{Y} = \frac{\partial H}{\partial Y} = \frac{-Y}{R^3} \Rightarrow \dot{Y} = -\frac{Y}{R^3} \quad \text{--- (5)}$$

$$\dot{Z} = \frac{\partial H}{\partial Z} = \frac{+Z}{R^3} \Rightarrow \dot{Z} = \frac{+Z}{R^3} \quad \text{--- (6)}$$

[6] النتيجة $H_1 = \frac{1}{2} (X^2 + Y^2) - \frac{1}{R}$

فقط يكون H_1 هو تكامل أولي $\{H_1, H\} = 0$ H_1 هو تكامل أولي $\{H_1, H\} = 0$

$$\{H_1, H\} = \frac{\partial H_1}{\partial X} \cdot \frac{\partial H}{\partial X} + \frac{\partial H_1}{\partial Y} \cdot \frac{\partial H}{\partial Y} + \frac{\partial H_1}{\partial Z} \cdot \frac{\partial H}{\partial Z} - \frac{\partial H_1}{\partial X} \cdot \frac{\partial H}{\partial X} - \frac{\partial H_1}{\partial Y} \cdot \frac{\partial H}{\partial Y} - \frac{\partial H_1}{\partial Z} \cdot \frac{\partial H}{\partial Z}$$

$$= \frac{X}{R^3} \cdot X - X \cdot \frac{X}{R^3} + \frac{Y}{R^3} \cdot Y - Y \cdot \frac{Y}{R^3} + 0 \cdot (Z - Z) = 0$$

$$= 0$$

إذاً H_1 هو تكامل أولي

هذا عمل مفيد أنتم !

$$\begin{aligned}
 H - H_1 &= \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{2}z^2 - \left(\frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{R}\right) \\
 &= \frac{1}{2}(\cancel{x^2} + \cancel{y^2}) + \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{R} - \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{2}(\cancel{x^2} + \cancel{y^2}) + \frac{1}{R} \\
 &= \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{2}z^2 = H_2
 \end{aligned}$$

وبما أنه كذلك $H_1 - H$ هو تكامل أولي لأنه تكاملين أوليين هو تكامل أولي
إذاً نستنتج أنه H_2 هو تكامل أولي ونقول:

$$\{H_2, H\} = \{H - H_1, H\} = \{H, H\} - \{H_1, H\} = 0 - 0 = 0$$

$\Leftarrow H_2$ تكامل أولي

[4] من أجل أن تكون التكاملات الثلاثة H_1, H_2, H متعارضة يجب أن يتحقق الشرط:

$$\{H_1, H_2\} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 \{H_1, H_2\} &= \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_2}{\partial x} - \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_2}{\partial y} - \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_2}{\partial y} \\
 &\quad + \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z} - \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{x}{R} (0) - x(0) + \frac{y}{R} (0) - y(0) + (0)z - (0)z = 0$$

$$\Rightarrow \{H_1, H_2\} = 0$$

$\Leftarrow H_1$ و H_2 تكاملان متعارضان ..

خطا السؤال الثاني :

1 - ص

2 - خطأ

3 - خطأ

4 - ص

وقت بديهي

صحة الجواب

طيفة يا دكتور

جامعة الزيتونة
كلية العلوم
قسم الرياضيات

ميكانيك فلكي
رابعة رياضيات - ميكانيك
كانون 2009

الشيخ: المصطفى أبو صبح
الزمني: 17358

السؤال الأول: $20 = 5 \times 4$

ليكن E فضاء منتهي، عدد أبعاده 3، ويملك القاعدة $\Omega = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ و E^* فضاء الثوري، ولتكن $\Omega^* = (\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*)$ القاعدة الثورية للقاعدة Ω . لنضع $A = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ و $B = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$ المطلوب:

1. اعط قاعدة للفضاء $E \wedge E$.
2. احسب $A \wedge B$ بدلالة القاعدة السابقة.
3. احسب $A \wedge B \wedge \vec{e}_1$ ؟
4. احسب الجداء التقليصي $(A \wedge B) \cdot \vec{e}_1$.

السؤال الثاني: $40 = 10 \times 4$

في الجملة الإحداثية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ كتلتها m تحت تأثير القوة $\vec{F} = (a - r)\frac{\vec{r}}{r}$ ، $a \in \mathcal{R}^+$ حيث $\vec{r} = \vec{OP}$ والمطلوب:

1. اعط تابع الكمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L .
2. لترمز لمرافقات x, y, z بالرموز X, Y, Z على الترتيب، أوجد تحويل لوجندر، واعط تابع هملتون H .
3. لنضع $C_x = yZ - zY$. برهن أن C_x تكامل أولي بالنسبة لتابع هملتون H .
4. لنضع $C_y = zX - xZ$ ، $C_z = xY - yX$. احسب اقواس بواسون $\{C_y, C_z\}$ ، وقلرن مع C_x .

السؤال الثالث: $20 = 5 \times 4$

اجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي:

1. مبدأ مثالية الفيزياء يستنتج من قانون نيوتن، خطأ.
2. تكون ردود الأفعال المطبقة على نقطة مادية معروفة، عند عدم وجود قيود، عدد معادلات هملتون، لجملة هارنومية، هو نفس عدد معادلات لاغرانج، خطأ.
3. عدد معادلات هملتون، لجملة هارنومية، هو نفس عدد معادلات لاغرانج، خطأ.
4. H^2 ليس تكاملاً أولياً في مسألة تابع هملتون فيها هو H .

د. خالد العبدالله
مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

طاقة السكون $\vec{F} = (a-r) \frac{\vec{r}}{r}$ [1]

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$: P نقطة على السطح المادي

تأثير الطاقة الحركية $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$

$\Rightarrow T = \frac{1}{2} m (x^2 + y^2 + z^2)$

تأثير الكمية V : نثبت هذا الدالة V بيننا

$\text{grad } V = -\vec{F} \Rightarrow \frac{dV}{dr} = -\vec{F}$

$\Rightarrow dV = -\vec{F} \cdot d\vec{r} = -(a-r) \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r}$

$\Rightarrow dV = -(a-r) dr$

$\Rightarrow V = \frac{1}{2} (a-r)^2$ $a \in \mathbb{R}^+$

تأثير الفراغ $L = T - V$

$L = \frac{1}{2} m (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (a-r)^2$

تحويل لاجرانج [2]

الافتراض $q_1 = x$ $\&$ $p_1 = \dot{x}$
 $q_2 = y$ $p_2 = \dot{y}$
 $q_3 = z$ $p_3 = \dot{z}$

بالمتغيرات

$X = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m \dot{x} \Rightarrow \dot{x} = \frac{X}{m}$
 $Y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m \dot{y} \Rightarrow \dot{y} = \frac{Y}{m}$
 $Z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m \dot{z} \Rightarrow \dot{z} = \frac{Z}{m}$

ملاحظة

هذا التحويل هو إجراء في تحويل لاجرانج من المتغيرات (q, \dot{q}) إلى (q, p)

تأثير هاميلتون

$H = \left(\sum p_i \dot{q}_i - L \right) = H(p, q)$

$\Rightarrow H = \left[\left(X \dot{x} + Y \dot{y} + Z \dot{z} - \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2} (a-r)^2 \right) \right] = H(p, q)$

الاسم :

الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
كانون ٢٠١٥

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن F, E فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3, \bar{f}_4\}$ ، $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$ ، ولتكن ايضا $f^* = \{\bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*, \bar{f}_3^*, \bar{f}_4^*\}$ و $e^* = \{\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*\}$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين F^*, E^* .

لنضع : $\alpha = 7\bar{e}_1 - 5\bar{e}_2$ ، $\beta = 2\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2$ المطلوب :

١. اعط قاعدة للفضاء $F \wedge F \wedge F$ ،
٢. اعط قاعدة للفضاء $F^* \otimes E$ ،
٣. كم عدد أبعاد الفضاء $F \vee F$ ،
٤. احسب الجداء التقليلصي $\alpha \cdot \beta$ ،
٥. احسب $\alpha \otimes \alpha$ ،
٦. حدد الفضاء $F \wedge F \wedge F \wedge F \wedge F$ ،
٧. هل العبارة $\beta \cdot \beta$ معرفة.

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عطالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\bar{F} = x\bar{i} + 2y\bar{j} + 3z\bar{k}$ ، وتخضع للقيد المثلثي: $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1$ ، $x = 0$ ، المطلوب :

١. حدد عدد درجات الحرية، ثم أوجد معادلات الحركة باستخدام طريقة مضاريب لاغرانج.
٢. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول المعمم φ ، ومشتقاته بالنسبة للزمن، حيث $2y = \cos \varphi$ ، $3z = \sin \varphi$
٣. ل نرمز لمرافق المتحول φ بالرمزين p ، أوجد تحويل لوجندر، واكتب تابع هملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح او خطأ (فقط) عما يلي :

١. القيد المثالي قد يقدم رد فعل،
٢. التكامل الأولي هو دالة ثابتة على الفضاء الطوري،
٣. تابع هملتون يساوي تابع لاغرانج،
٤. الجسم الصلب هو مجموعة من النقط المادية الطليقة،
٥. تملك النقطة المادية الطليقة ستة درجات حرية،
٦. المعادلة الأساسية في التحريك خالية من ردود الأفعال،
٧. إذا كانت F تكاملا أوليا، وكانت $F + G$ تكاملا أوليا، تكون G تكاملا أوليا.